PRUEBA DE FÍSICA I PEP 1

Viernes 20 de Abril 2007 Duración: 1 hora 40 minutos

La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice tres decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. Para entender su razonamiento, las figuras son de mucha importancia.

1.- Un satélite de $1000Kg$ está en órbita en torno a la tierra a una altura de $6000Km$ respecto de la superficie terrestre. Determine:

a.- La rapidez con que gira en torno a la tierra

b.- El número de vueltas por día del satélite

c.- ¿En qué factor mínimo debe incrementarse dicha velocidad para que el satélite escape a la atracción gravitacional?

2.- Un plano pasa por tres puntos cuyas posiciones están en A=(2,1,0), B=(-2,3,1) y C=(0,2,-3). Determine:

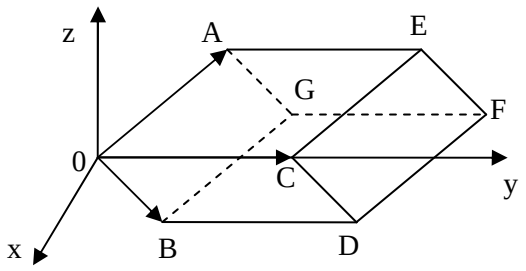
a.- El ángulo que se forma en el vértice B del triángulo ABC

b.- La altura bajada del vértice C al lado opuesto del triángulo ABC

c.- La normal al plano

d.- La distancia del plano al punto ubicado en P=(5,6,4)

3.- La figura muestra un paralelepípedo formado por los vectores posición de los vértices A, B y C: $\vec{r}_A = (-3,2,2)m$, $\vec{r}_B = (1,-1,-1)m$ y $\vec{r}_C = (0,5,0)m$. Determine:



a.- La magnitud de la diagonal $\overline{AD}$

b.- El volumen del paralelepípedo

c.- La distancia entre las aristas OC y BD.

FORMULARIO:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}};\quad R^3 = \frac{G(M_1+M_2)}{4\pi^2}T^2;\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}};\quad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}};\quad F_{12} = \frac{GM_1M_2}{(r_{12})^2};\quad g = \frac{GM}{R^2};\quad a = \frac{4\pi^2R}{T^2} = \frac{v^2}{R}$$

$$G = 6{,}673\times10^{-11}\,m^3Kg^{-1}s^{-2};\quad M_T = 5{,}98\times10^{24}\,Kg;\quad R_T = 6378Km;\quad M_L = 7{,}36\times10^{22}\,Kg$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\theta;\quad \vec{a}\cdot\vec{b} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z;\quad \vec{a}\times\vec{b} = ab\,\mathrm{sen}\,\theta\hat{u};\qquad \vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c};\quad A_\Delta = \tfrac{1}{2}\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|;\quad \vec{r}\cdot\hat{n} = d;\quad V = \left|(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}\right|;\quad r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

PRUEBA DE FÍSICA I PEP 1

Viernes 20 de Abril 2007 Duración: 1 hora 40 minutos

La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice tres decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. Para entender su razonamiento, las figuras son de mucha importancia.

1.- Un satélite de $1000 Kg$ está en órbita en torno a la tierra a una altura de $6000 Km$ respecto de la superficie terrestre. Determine:

a.- La rapidez con que gira en torno a la tierra

b.- El número de vueltas por día del satélite

c.- ¿En qué factor mínimo debe incrementarse dicha velocidad para que el satélite escape a la atracción gravitacional?

Solución:

$$v^2 = \frac{GM}{r} = \frac{6{,}673\times10^{-11}\cdot 5{,}98\times10^{24}}{12{,}378\times10^{6}} \Rightarrow \underline{\underline{v = 5{,}678\times10^{3}\, m/s}}$$ 2 *Puntos*

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot 12{,}378\times10^{6}}{5{,}678\times10^{3}} \Rightarrow T = 13{,}697\times10^{3}\, s$$ 1 *Puntos*

$$\Rightarrow n = \frac{24\cdot 3600}{13697} \Rightarrow \underline{\underline{n = 6{,}308\, \frac{vueltas}{dia}}}$$ 1 *Puntos*

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2v^2} \Rightarrow \underline{\underline{v_e = v\sqrt{2}}} \Rightarrow \textit{Se debe incrementar en el factor } \sqrt{2}$$ 2 *Puntos*

2.- Un plano pasa por tres puntos cuyas posiciones están en A=(2,1,0), B=(-2,3,1) y C=(0,2,-3). Determine:

a.- El ángulo que se forma en el vértice B del triángulo ABC

b.- La altura bajada del vértice C al lado opuesto del triángulo ABC

c.- La normal al plano

d.- La distancia del plano al punto ubicado en P=(5,6,4)

Solución:

$$\cos\beta = \frac{\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|\left|\overrightarrow{BA}\right|} = \frac{(2,-1,-4)\cdot(4,-2,-1)}{\sqrt{21}\sqrt{21}} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{\beta = 48{,}190^{o}}}$$ 1,5 *Puntos*

$$h_C = \left|\overrightarrow{BC}\right| sen\beta = \sqrt{21}\, sen(48{,}190) \Rightarrow \underline{\underline{h_C = 3{,}416}}$$ 1,5 *Puntos*

$$\frac{\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BA}}{\left|\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BA}\right|} = \frac{(2,-1,-4)\times(4,-2,-1)}{\left|(2,-1,-4)\times(4,-2,-1)\right|} = \frac{(-7,-14,0)}{\sqrt{245}} \Rightarrow \underline{\underline{\hat{n} = -0{,}447\hat{i} - 0{,}894\hat{j}}}$$ 1,5 *Puntos*

$$(2-5{,}1-6{,}0-4)\cdot(-0{,}447\hat{i} - 0{,}894\hat{j}) = d \Rightarrow \underline{\underline{d = 5{,}811}}$$ 1,5 *Puntos*

PRUEBA DE FÍSICA I PEP 1

Viernes 20 de Abril 2007 Duración: 1 hora 40 minutos

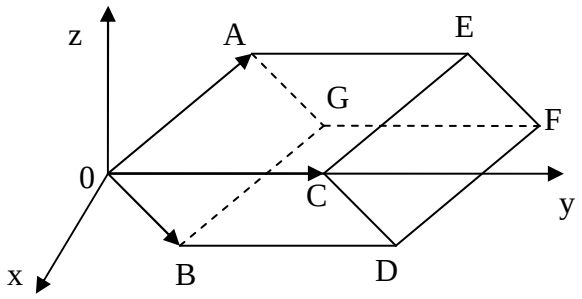
La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice tres decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. Para entender su razonamiento, las figuras son de mucha importancia.

3.- La figura muestra un paralelepípedo formado por los vectores posición de los vértices A, B y C: $\vec{r}_A = (-3,2,2)m$, $\vec{r}_B = (1,-1,-1)m$ y $\vec{r}_C = (0,5,0)m$. Determine:

a.- La magnitud de la diagonal $\overline{AD}$

b.- El volumen del paralelepípedo

c.- La distancia entre las aristas OC y BD.



Solución:

$\vec{r}_D = \vec{r}_B + \vec{r}_C = (1,4,-1)$

$\overrightarrow{AD} = \vec{r}_D - \vec{r}_A = (1,4,-1) - (-3,2,2) = (4,2,-3) \Rightarrow \underline{\underline{\overline{AD} = \sqrt{29}m}}$ 2 *Puntos*

$$(\vec{r}_A \times \vec{r}_B)\cdot \vec{r}_C = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \cdot (0,5,0) = (0,-1,1)\cdot(0,5,0) = -5$$

$\therefore \underline{\underline{V = |(\vec{r}_A \times \vec{r}_B)\cdot \vec{r}| = 5m^3}}$ 2 *Puntos*

En el triángulo OBC, h_B es la menor distancia:

$\Rightarrow h_B = \dfrac{|\vec{r}_C \times \vec{r}_B|}{|\vec{r}_C|} \Rightarrow \underline{\underline{h_B = \dfrac{5\sqrt{2}}{5} = \sqrt{2}m}}$ 2 *Puntos*