## PRUEBA FÍSICA I PEP 1

Viernes 29 Mayo 2009. Duración 1 hora 30 minutos.

La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice 3 decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. **Las figuras debe hacerlas en su desarrollo**.

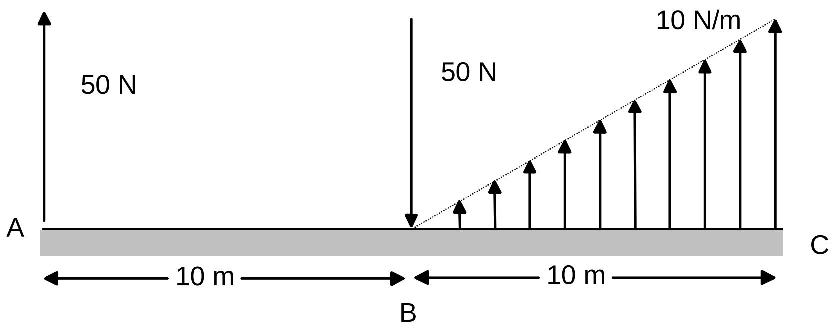
1. Considerando la masa y radio terrestres, la masa lunar y distancia ***d*** entre sus centros, dados abajo y suponiendo que ellos orbitan en circunferencias respecto al centro de masas supuesto fijo, determine numéricamente:
   a. Las magnitudes de las aceleraciones de los centros de la Tierra y de la Luna.
   b. El punto entre la Tierra y la Luna donde la fuerza gravitacional resultante de la Tierra y de la Luna es nula.
   c. La fuerza gravitacional máxima que hace la Luna sobre una persona de masa 80 kg parada en la superficie terrestre.

---

2. Un plano pasa por dos puntos cuyas posiciones (coordenadas en metros) están en $A = (1,3,10)$, $B = (0,3,10)$. Se pide
   a. La distancia entre A y B
   b. La posición de un tercer punto C sobre el eje Oz positivo $(0,0,z_C)$ de tal manera que el plano que contiene ABC esté a distancia $\frac{12}{5}$ del origen
   c. El área del triángulo ABC.

---

3. Sobre una barra rígida AC actúan una fuerza distribuida que varía linealmente de B hasta C con un máximo de 10 N/m como se indica en la figura además de dos fuerzas que actúan en A y B que también se indican en la figura. Determine (a) la fuerza resultante, y (b) el torque resultante respecto al punto A.




---

4. Sobre un cuerpo rígido actúan las fuerzas $\vec{F}_1 = (0,0,-4), \vec{F}_2 = (0,0,3), \vec{F}_3 = (0,0,4), , \vec{F}_4 = (0,0,4)$ en los puntos cuyas coordenadas son $\vec{r}_1 = (4,2,0), \vec{r}_2 = (4,-2,0), \vec{r}_3 = (-2,1,0), \vec{r}_4 = (2,-1,0)$. Determine (a) la fuerza resultante, y (b) las coordenadas del centro de fuerzas paralelas.

FORMULAS

---

$$G = 6.673\times10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}, \quad a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2}{T^2}R, \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}}, \quad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \quad R^3 = \frac{G(M_1+M_2)}{4\pi^2}T^2, \quad \vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad \vec{a}\times\vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\hat{\imath} + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{\jmath} + (a_x b_y - a_y b_x)\hat{k}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\alpha \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad \vec{r}\cdot\hat{n} = d, \quad A = \frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|$$

$$M_T = 5{,}98\times10^{24} kg, \quad R_T = 6{,}378\times10^6 m, \quad d = 3{,}84\times10^8 m \quad M_L = 7.36\times10^{22} kg, \quad G = 6.673\times10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{r}\times\vec{F} \qquad x_C = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}, \quad y_C = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i}$$

# Pauta PEP1 2009
## Física I Plan anual

**Hay un punto (1p), base** y se le suman los indicados. Si alguien no llega al resultado correcto en cada letra, evalúe el error cometido, y el puntaje que le corresponde menor al indicado.

1. Datos

$$\begin{aligned} G &= 6.673 \times 10^{-11},\ d = 3.84 \times 10^{8}\,\mathrm{m} \\ M_T &= 5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}, \quad M_L = 7.36 \times 10^{22}\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

a) (2 puntos) aceleraciones

$$\begin{aligned} a_T &= \frac{G\frac{M_T M_L}{d^2}}{M_T} = 3.331 \times 10^{-5}\,\mathrm{m\,s^{-2}} \\ a_L &= \frac{G\frac{M_T M_L}{d^2}}{M_L} = 2.706 \times 10^{-3}\,\mathrm{m\,s^{-2}} \end{aligned}$$

b) (2 puntos) Sea $x$ la distancia de ese punto al centro de la Tierra entonces

$$\begin{aligned} G\frac{M_T m}{x^2} - G\frac{M_L m}{(d-x)^2} &= 0 \\ \frac{M_T}{x^2} - \frac{M_L}{(d-x)^2} &= 0 \\ \frac{\sqrt{M_T}}{x} &= \frac{\sqrt{M_L}}{(d-x)} \\ x &= 3.456 \times 10^{8}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

c) (2 puntos) con $R_T = 6.378 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$, $m = 80\,\mathrm{kg}$

$$F = G\frac{M_L m}{(d-R_T)^2} = 2.755 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$$

2. Un plano pasa por

$$A = (1,3,10), \quad B = (0,3,10),$$

(a) (2 puntos)luego la distancia entre $A$ y $B$ es obvimente

$$AB = 1$$

(b) (2 puntos) Con $C = (0,0,z)$ con los vectores $\overrightarrow{AC} = (0,0,z_C) - (1,3,10) = (-1,-3,z_C-10)$ , $\overrightarrow{BC} = (0,0,z_C) - (0,3,10) = (0,-3,z_C-10)$ podemos formar la normal al plano

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{BC} = (0, z_C - 10, 3) \\ \hat{N} &= \frac{(0, z_C-10, 3)}{\sqrt{(z_C-10)^2 + 3^3}} \end{aligned}$$

la ecuación del plano será

$$\frac{(z_C-10)y+3z}{\sqrt{(z_C-10)^2+3^3}}=d=\frac{12}{5}$$

pero el plano pasa por el punto $(1,3,10)$ luego

$$\frac{3(z_C-10)+30}{\sqrt{(z_C-10)^2+3^2}}=\frac{12}{5}\Rightarrow z_C=4.80$$

(c) (2 puntos) ya tenemos $\vec{N}=\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC}=(0,z_C-10,3)=(0,-5.2,3)$ luego

$$Area=\frac{1}{2}\left|(0,-5.2,3)\right|=\frac{1}{2}\sqrt{5.2^2+3^2}=3.00$$

3. (a) (3 puntos) El área de la distribución es

$$A=\frac{1}{2}10\times 10=50$$

luego la fuerza resultante es

$$\vec{F}=(50-50+50)\hat{\jmath}=50\hat{\jmath}$$

(b) (3 puntos) las posiciones de esas tres fuerzas son 0, 10 y $10+\frac{10}{3}$ entonces el torque será

$$\vec{\Gamma}_A=(10(-50)+(10+\frac{20}{3})50)\hat{k}=\frac{1000}{3}\hat{k}=333.333\,\hat{k}$$

: ($\hat{k}$ hacia afuera).

4 Tenemos

$$\begin{aligned}\vec{r}_1&=(4,2,0),\\ \vec{r}_2&=(4,-2,0)\\ \vec{r}_3&=(-2,1,0)\\ \vec{r}_4&=(2,-1,0)\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\vec{F}_1&=(0,0,-4)\\ \vec{F}_2&=(0,0,3)\\ \vec{F}_3&=(0,0,4)\\ \vec{F}_4&=(0,0,4)\end{aligned}$$

(a) 3 puntos entonces la fuerza resultante es

$$\begin{aligned}\vec{F}&=(0,0,-4)+(0,0,3)+(0,0,4)+(0,0,4)\\ &=(0,0,7)=7\hat{k}\end{aligned}$$

y las coordenadas del centro de fuerzas son

(b) 3 puntos

$$
\begin{aligned}
x_C &= \frac{4\times(-4)+4\times(3)+(-2)\times(4)+(2)\times(4)}{7} = \\
-\frac{4}{7} &= -0.571 \\
y_C &= \frac{2\times(-4)+(-2)\times(3)+(1)\times(4)+(-1)\times(4)}{7} = -2
\end{aligned}
$$