PRUEBA FÍSICA I PEP 1

Viernes 13 Mayo 2011. Duración 1 hora 30 minutos.

La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice 3 decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. **Las figuras son obligatorias y debe hacerlas en su desarrollo**.

1. Considere la tierra como esférica sin atmósfera con masa $5{,}98\times 10^{24}kg$ y un satélite artificial de masa $5000kg$ en órbita ecuatorial y circular en el mismo sentido de la rotación terrestre que tiene una rapidez de $5000ms^{-1}$. Usted puede aproximar a que la masa reducida es la masa del satélite y que el centro de la Tierra está en reposo. Determine numéricamente:

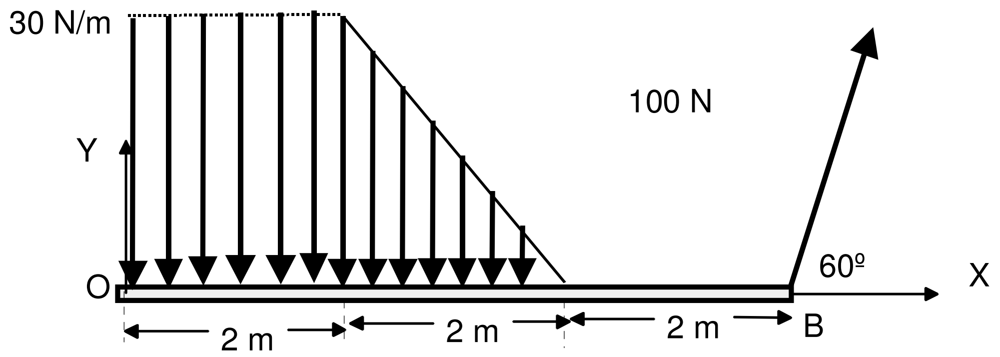
   a. El radio de la órbita del satélite.
   b. El periodo o tiempo que emplea el satélite en dar una vuelta completa.
   c. El número de vueltas que da el satélite en torno a la Tierra (que rota) en cada día.

---

2. Un paralelogramo tiene sus vértices en los puntos (coordenadas en metros) $A=(0,0,0),\quad B=(2,0,2), C=(0,2,2), D=(2,2,4)$. Se pide
   a. El área del paralelogramo.
   b. Las longitudes de las diagonales.
   c. Los ángulos que forman los lados del paralelogramo.
   d. La ecuación del plano que contiene al paralelogramo.

---

3. Sobre una barra rígida OB actúan una fuerza distribuida que es constante en los primeros dos metros, luego varía linealmente como se indica en la figura con un máximo de 30 N/m. Además actúa una fuerza de 100 N inclinada en 60º en el punto B como se indica. Determine (a) La fuerza resultante. b) el torque resultante respecto al punto B, y (b) el torque resultante respecto al punto O.



FORMULAS

$$G = 6.673\times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2},\quad a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2}{T^2}R,\quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}},\quad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}},\quad R^3 = \frac{G(M_1+M_2)}{4\pi^2}T^2,\quad \vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \qquad \vec{a}\times\vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\hat{\imath} + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{\jmath} + (a_x b_y - a_y b_x)\hat{k}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\alpha \qquad |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \qquad \vec{r}\cdot\hat{n} = d,\quad A = \frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{r}\times\vec{F} \qquad x_C = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i},\quad z_C = \frac{\sum z_i F_i}{\sum F_i}$$

Pauta PEP1 2011
Física I Plan anual

Hay un punto (1p), base y se le suman los indicados. Si alguien no llega al resultado correcto en cada letra, evalúe el error cometido, y el puntaje que le correspondería, menor al máximo indicado.

1. Datos

$$\begin{aligned} G &= 6.673 \times 10^{-11},\ R_T = 6378 \times 10^3\,\mathrm{m} \\ M_T &= 5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg} \\ M_S &= 5000\,\mathrm{kg} \\ v &= 5000\,\mathrm{m\,s^{-1}} \\ G &= 6.673 \times 10^{-11} \end{aligned}$$

de la fórmula

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}$$

resulta

$$R = \frac{GM_T}{v^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11}(5.98 \times 10^{24})}{(5000)^2} = 1.596\,182 \times 10^7\,\mathrm{m} \quad \text{(a) 2 p)}$$

el tiempo (periodo) sería

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 1.596\,182 \times 10^7}{5000} = 20058.21\,\mathrm{s} \quad \text{(b) 2 p)}$$

el número de vueltas (absoluto) será

$$\frac{24 \times 3600}{20058.21} = 4.307$$

pero respecto a la Tierra será

$$3.307 \quad \text{(c) 2 p)}$$

(agregar la masa del satélite no incide significativamente)

2. Un paralelogramo tiene sus vertices ABCD en los puntos

$$A = (0,0,0),\quad B = (2,0,2),\ C = (0,2,2),\ D = (2,2,4)$$

vectores a lo largo de dos lados son

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} &= (0,2,2) \\ \overrightarrow{AB} &= (2,0,2) \end{aligned}$$

a) el área será

$$\begin{aligned} A &= |(0,2,2)\times(2,0,2)| = |(4,4,-4)| = \\ &= \sqrt{3*16} = 4\sqrt{3} = 6.928 \text{ m}^2 \end{aligned} \qquad \text{(a) 1.5 p)}$$

b) las diagonales son

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} &= (2,2,4) \\ \overrightarrow{CB} &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = (2,-2,0) \end{aligned}$$

las longitudes serán

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{4+4+16} = 2\sqrt{6} = 4.899\,\text{m} \\ CB &= \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} = 2.828 \text{ m} \end{aligned} \qquad \text{(b) 1.5 p)}$$

los ángulos
c)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB} &= 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}\cos\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 60^o = \frac{\pi}{3} \\ \beta &= 120^o \end{aligned} \qquad \text{(c) 1.5 p)}$$

Del cálculo del área tenemos un vector normal

$$\begin{aligned} \vec{N} &= (2,2,-2) \\ \hat{N} &= \frac{(1,1,-1)}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Como el plano contiene el origen

$$\begin{aligned} \hat{N}\cdot\vec{r} &= 0 \\ x+y-z &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(d) 1.5 p)}$$

3. La fuerza distribuida equivale al área de la distribución o sea es

$$A = 30\times 2 + \frac{1}{2}30\times 2 = 90\,\text{N}$$

la fuerza resultante será (debido a mi error, quien use 30^o considérelo correcto)

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -90\hat{\jmath} + 100\sin 60\hat{\jmath} + 100\cos 60\hat{\imath} \\ &= 50\hat{\imath} + (-90+50\sqrt{3})\,\hat{\jmath} \\ &= 50\hat{\imath} - 3.397\,\hat{\jmath} \end{aligned} \qquad \text{(a) 2 p)}$$

Para calcular el torque consideramos separadamente al rectángulo (60) y al triángulo luego (30)

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_B &= -5\hat{\imath}\times(-60\hat{\jmath}) + (-2-2\frac{2}{3})\hat{\imath}\times(-30\hat{\jmath}) \\ &= 400\hat{k}\,\text{N}\,\text{m} \end{aligned} \qquad \text{(b) 2 p)}$$

$$
\begin{aligned}
\vec{\Gamma}_O &= 6\hat{\imath} \times 100 \sin 60 \hat{\jmath} + (\hat{\imath}) \times (-60\hat{\jmath}) + (2 + \frac{2}{3})\hat{\imath} \times (-30\hat{\jmath}) \\
&= 300\sqrt{3}\hat{k} - 60\hat{k} - 80\hat{k} \\
&= 379.615\,\hat{k}\,\mathrm{N\,m} \qquad \text{(c) 2 p)}
\end{aligned}
$$