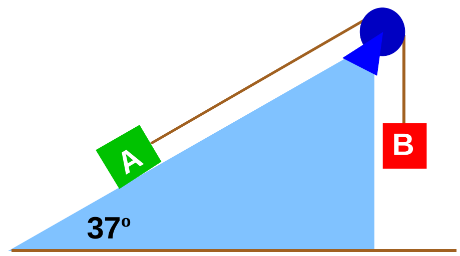
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
FACULTAD DE CIENCIA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PAUTA SEGUNDA PRUEBA ESCRITA PROGRAMADA

FÍSICA 10053. Martes 2 de agosto del 2005

Ejercicio 1.- sumar un punto base

Dos cuerpos A y B se encuentran ligados mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable. El cuerpo A está sobre un plano inclinado rugoso (μ_K=0,1; μ_S=0,2) y la cuerda que lo une con el cuerpo B pasa por una polea de masa despreciable y sin roce, como se muestra en la figura. El cuerpo B tiene una masa de 6Kg y el cuerpo A está en reposo y a punto de moverse bajando por el plano inclinado. Calcular:

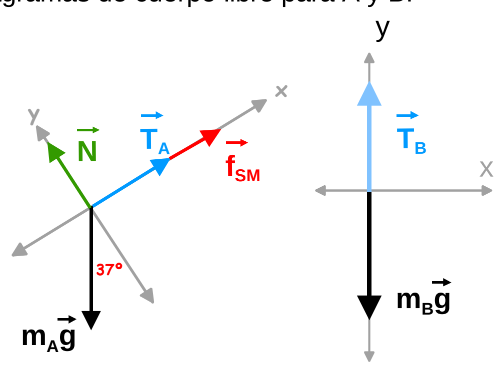


a) La masa del cuerpo A. **(3puntos)**
b) La magnitud de la aceleración de los cuerpos A y B si la masa del cuerpo A fuera de 15Kg. **(3puntos)**

Solución:

a) **diagramas 0,5ptos c/u; ecs 0,5ptos c/u; resultado 0,5ptos**

Diagramas de cuerpo libre para A y B:



Con $T_A=T_B=T$ y $f_{SM}=\mu_S N$

$$\begin{array}{lll} \Sigma F_{xA}: & m_A g sen37^o - T - \mu_S N_A = 0 & (1) \\ \Sigma F_{yA}: & N_A - m_A g\cos 37^o = 0 & (2) \\ \Sigma F_{yB}: & T - m_B g = 0 & (3) \end{array}$$

Reemplazando (2) y (3) en (1):

$$m_A g sen37^o - m_B g - \mu_S m_A g\cos 37^o = 0$$

De donde:

$$m_A = \frac{m_B g}{g(sen37^o - \mu_S\cos 37^o)} = \frac{m_B}{(sen37^o - \mu_S\cos 37^o)}$$

$$m_A = \frac{6}{(0,6 - 0,2*0,8)} = 13,64Kg$$

b) **diagramas 0,5ptos c/u; ecs 0,5ptos c/u; resultado 0,5ptos**

Los diagramas son iguales, con fuerza de roce cinética y aceleración de igual magnitud para ambos cuerpos. El cuerpo A baja, por lo que:

Con $T_A=T_B=T$ y $f_K=\mu_K N$

$$\begin{array}{lll} \Sigma F_{xA}: & -m_A g sen37^o + T + \mu_K N_A = -m_A a & (1) \\ \Sigma F_{yA}: & N_A - m_A g\cos 37^o = 0 & (2) \\ \Sigma F_{yB}: & T - m_B g = m_B a & (3) \end{array}$$

Reemplazando (2) en (1) y acomodando signos:

$$\begin{array}{ll} m_A g sen37^o - T - \mu_K m_A g\cos 37^o = m_A a & (1) \\ T - m_B g = m_B a & (3) \end{array}$$

Sumando:

$$m_A g sen37^o - \mu_K m_A g\cos 37^o - m_B g = (m_A + m_B)a$$

De donde:

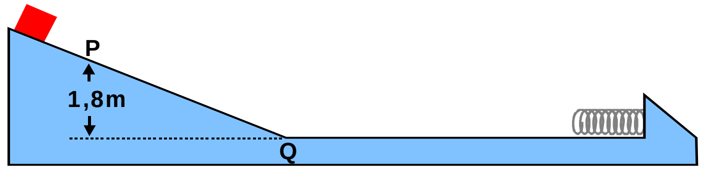
$$a = \frac{g(m_A sen37^o - \mu_K m_A\cos 37^o - m_B)}{(m_A + m_B)}$$

$$a = \frac{10(15*0,6 - 0,1*15*0,8 - 6)}{(15+6)}$$

$$a = 0,86\frac{m}{s^2}$$

Ejercicio 2.- sumar un punto base

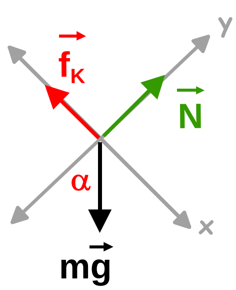
Un bloque de masa 2Kg baja por un plano inclinado rugoso (μ_K=0,15). Al pasar por el punto P que está a 1,8m de altura su rapidez es de 3m/s. La distancia entre P y el punto inferior Q del plano inclinado es 2,4m. Después de pasar por Q el bloque se mueve por un plano horizontal liso hacia un resorte de constante elástica 1600N/m (ver figura). Calcular:



a) La normal sobre el cuerpo en el plano inclinado. **(1 punto)**
b) El trabajo realizado por la fuerza de roce cinético entre P y Q. **(1,5 puntos)**
c) El trabajo realizado por el peso entre P y Q. **(1 punto)**
d) La energía mecánica del bloque en Q. **(1,5 puntos)**
e) La compresión máxima que experimenta el resorte. **(1 punto)**

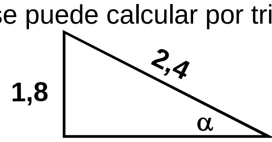
a) **0,6ptos diagrama y ecuaciones, 0,6 puntos el ángulo, 0,3ptos el resultado**

Diagrama de cuerpo libre en el plano inclinado:



$$\Sigma F_x : \quad mg\,sen\alpha - \mu_K N = ma \quad (1)$$
$$\Sigma F_{yA} : \quad N - mg\cos\alpha = 0 \quad (2)$$

El ángulo se puede calcular por trigonometría:



$$\alpha = \arcsen\frac{1,8}{2,4} = 48,59^o$$

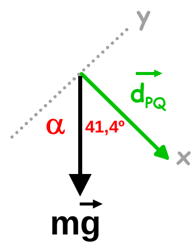
En la ecuación (2):

$$N = mg\cos 48,59 = 2*10*0,661 = 13,22N$$

b) **0,8ptos la ecuación, 0,2 puntos el resultado. descontar 0,2 si no tiene el signo correcto**

$$W_f = f_K d_{PQ}\cos180^o = -\mu_K N d_{PQ}$$
$$W_f = -\mu_K\left(mg\cos 48,59^o\right)d_{PQ}$$
$$W_f = -0,15*2*10*0,661*2,4$$
$$W_f = -4,76J$$

c) **0,8ptos la ecuación, 0,2ptos el resultado**



$$W_{mg} = mgd_{PQ}\cos 41,41^o$$
$$W_{mg} = 2*10*2,4*0,75$$
$$W_{mg} = 36,0J$$

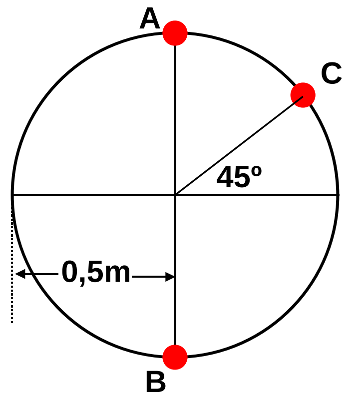
d) **0,6puntos la ecuación, 0,6 puntos el cálculo de la energía en Q, 0,3ptos el resultado**

$$W_f = E_Q - E_P$$
$$E_Q = E_P + W_f$$
$$E_Q = \left(mgh + \frac{1}{2}mv_P{}^2\right) + W_f$$
$$E_Q = 2*10*1,8 + \frac{1}{2}*2*9 - 4,76$$
$$E_Q = 36 + 9 - 4,76$$
$$E_Q = 40,24J$$

e) **0,8ptos la ecuación, 0,2ptos el resultado**

$$E_Q = \frac{1}{2}k\left(\Delta x\right)^2$$
$$\Delta x = \sqrt{\frac{2E_Q}{k}} = \sqrt{\frac{2*40,24}{1600}}$$
$$\Delta x = 0,224m$$

Ejercicio 3.- **sumar un punto base**



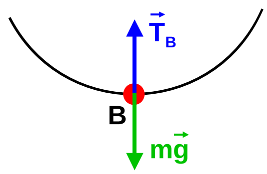
Suponga que tiene una piedra de masa 2kg atada al extremo de una cuerda (muy liviana) de 0,5m de longitud y luego de un rato logra que describa una circunferencia situada en un plano vertical (ver figura) con centro en su mano. Cuando la rapidez de la piedra en el punto A es de 5m/s, la mano deja de moverse: Calcule la tensión de la cuerda:

a) En el punto más bajo (punto B); **(2,5 puntos)**

b) Cuando la cuerda está formando un ángulo de 45º con la horizontal (punto C). **(3,5puntos)**

Solución:

a)



Y como $\Sigma F_r = ma_r$

$$-T_B + mg = -m\frac{v_B^2}{r}$$ **(1pto)**

La rapidez en B se puede calcular por conservación de la energía. Haciendo cero la energía potencial gravitatoria en B, se tiene: $E_A = E_B$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mg(2r) = \frac{1}{2}mv_B^2$$ **(1pto)**

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 4gr}$$
$$v_B = \sqrt{5^2 + 4*10*0,5}$$
$$v_B = \sqrt{45}$$ **(0,2ptos)**

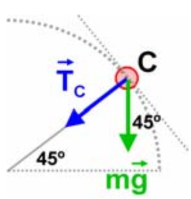
Por tanto:

$$T_B = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right)$$

$$T_B = 2\left(\frac{45}{0,5} + 10\right)$$

$$T_B = 200N$$ **(0,3puntos)**

b)



Y como: $\Sigma F_r = ma_r$

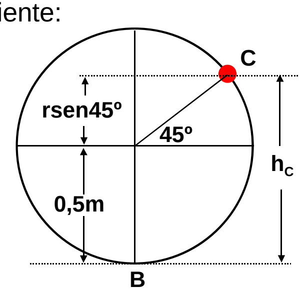
$$-T_C - mgsen45º = -m\frac{v_C^2}{r} \quad (1)$$ **(1pto)**

La rapidez en C se puede calcular por conservación de la energía. Tomando B y C:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

$$v_C^2 = v_B^2 - 2gh_C \quad (2)$$ **(1pto)**

La altura desde B se puede calcular a partir del dibujo siguiente:



$$h_C = 0,5 + 0,5sen45º = 0,853m$$ **(1pto)**

Reemplazando h_C en (2):

$$v_C^2 = 45 - 2*10*0,853 = 45 - 17,06 = 27,94\frac{m^2}{s^2}$$

(0,2ptos)

Finalmente, reemplazando en (1):

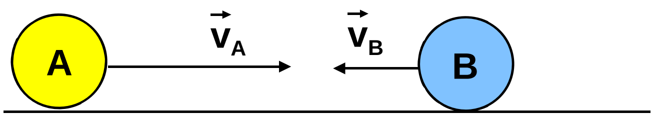
$$T_C = m\frac{v_C^2}{r} - mgsen45º = m\left(\frac{v_C^2}{r} - gsen45º\right)$$

$$T_C = 2\left(\frac{27,94}{0,5} - 10*0,707\right) = 2(55,88 - 7,07)$$

$$T_C = 97,62N$$ **(0,3ptos)**

Ejercicio 4.- sumar un punto base

Dos partículas A y B se desplazan con velocidades constantes la una hacia la otra, sobre una superficie horizontal lisa. La velocidad de la partícula A es $10\hat{i}$ m/s y la velocidad de la partícula B es $-5\hat{i}$ m/s. Si las masas son m_A=3Kg y m_B=2Kg (ver figura) y el coeficiente de restitución es de 0,5; calcule:



a) La velocidad del centro de masas después del choque. **(2ptos)**
b) La velocidad de cada partícula después del choque. **(4ptos)**

Solución:

a) La velocidad del centro de masas no cambia. **(0,5ptos)** $\vec{v}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$ $\vec{v}_{cm} = \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B}$ **(1pto)** $\vec{v}_{cm} = \frac{3*10\hat{i} + 2*\left(-5\hat{i}\right)}{3+2}$ $\vec{v}_{cm} = 4\hat{i}\frac{m}{s}$ **(0,5ptos)**	b) De la conservación de la cantidad de movimiento llamando $\vec{u}_A$ y $\vec{u}_B$ a las velocidades después de la colisión: $m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B$ $3*10\hat{i} + 2*\left(-5\hat{i}\right) = 3u_A\hat{i} + 2u_B\hat{i}$ Por igualdad de vectores: $20 = 3u_A + 2u_B$ (1) **(1,5ptos)** Del coeficiente de restitución: $e = -\left(\frac{u_A - u_B}{v_A - v_B}\right) = -\left(\frac{u_A - u_B}{10-(-5)}\right)$ $0,5 = -\left(\frac{u_A - u_B}{15}\right)$ $u_B - u_A = 7,5$ (2) **(1,5ptos)** Multiplicando (2) por 3 y sumando (1) y (2): $5u_B = 42,5$ $u_B = 8,5\frac{m}{s}$ **(0,5ptos)** Reemplazando en (2) $u_A = u_B - 7,5 - = 8,5 - 7,5 = 1\frac{m}{s}$ **(0,5ptos)**