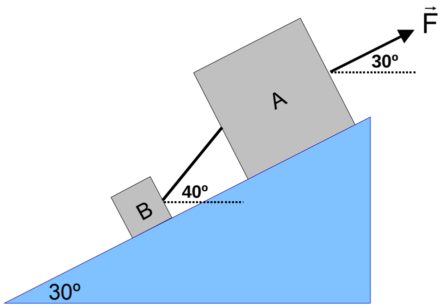
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PAUTA SEGUNDA PRUEBA ESCRITA PROGRAMADA
FÍSICA 10053. Lunes 25 de junio del 2007

Ejercicio 1.

En la figura, los cuerpos A y B tienen masas de 100 kg y 40 kg respectivamente y están apoyados sobre un plano inclinado 30º respecto de la horizontal, también de madera. El coeficiente de roce cinético entre dos superficies de madera es 0,25.



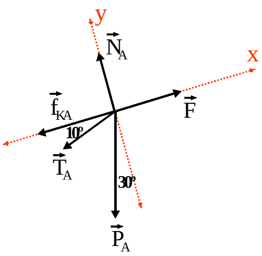
Determinar:

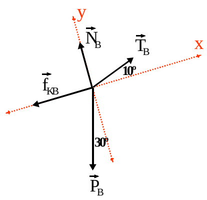
a) La magnitud de la fuerza (F) necesaria para que el cuerpo B recorra 1,2 m en 0,5 s (subiendo) a partir del reposo.

b) La tensión de la cuerda que une ambos cuerpos cuando se están moviendo de acuerdo a lo establecido en la pregunta anterior.

Solución: **3 puntos cada letra. (Si se equivoca en los ángulos pero resuelve coherentemente descontar la mitad del puntaje)**

a) Del diagrama de cuerpo libre para A:





ΣF_{xA} :

$$F - f_{KA} - T\cos 10º - m_A g \operatorname{sen} 30º = m_A a \qquad (1)$$

$$\Sigma F_{yA} : N_A - m_A g\cos 30º - T\operatorname{sen} 10º = 0 \qquad (2)$$

Del diagrama de cuerpo libre para B:

$$\Sigma F_{xA} : T\cos 10º - m_B g \operatorname{sen} 30º - f_{KB} = m_B a \qquad (3)$$

$$\Sigma F_{yA} : N_B + T\operatorname{sen} 10º - m_B g\cos 30º = 0 \qquad (4)$$

Si todas las fuerzas son constantes, entonces se tiene un movimiento uniforme acelerado, por lo que entonces:

$$x - x_0 = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$a = \frac{2(x - x_0)}{(t - t_0)^2} = \frac{2 * 1,2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 9,6\frac{m}{s^2}$$

De (2)

$$N_A = 100 * 10 * 0,866 + T * 0,174$$
$$N_A = 866 + 0,174T$$

De (4):

$$N_B + T * 0,174 - 40 * 10 * 0,866 = 0$$
$$N_B = 346,4 - 0,174T$$

Reemplazando valores en (1):

$$F - 1,029T = 1676,5 \qquad (5)$$

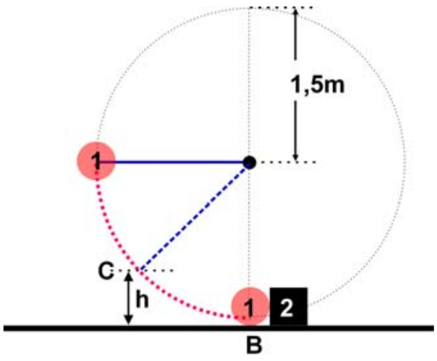
Reemplazando valores en (3) y resolviendo:

$$T = 656,20[N]$$

En (5): $F = 2194,07\,[N]$

Ejercicio 2.

El péndulo simple de la figura consta de una partícula de masa (1) de masa m_1=20 kg, atada a una cuerda de masa despreciable de longitud 1,5 m. Se deja caer desde la posición A. Al llegar al punto más bajo de su trayectoria, punto B, se produce un choque perfectamente elástico con otra partícula (2) de masa m_2=25 kg, que se encuentra en reposo en esa posición sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Como consecuencia del choque, la partícula 1 rebota hasta alcanzar la posición C a una altura h del suelo



Determinar:

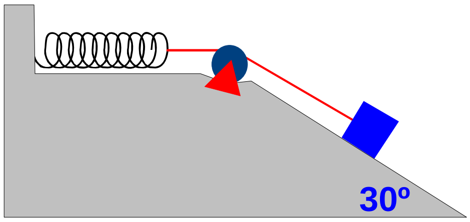
a. La velocidad de la partícula 1 al llegar a la posición B antes del choque y la tensión de la cuerda en ese instante.
b. Las velocidades de m_1 y m_2 después del choque.
c. La energía cinética que pierde m_1 en el choque.
d. La altura h al que asciende la partícula 1 después del choque.

1,5 puntos cada letra

<table>
<tr>
<td>a) N el punto B la rapidez se calcula por energía:
$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$
$v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2*10*1,5} = \sqrt{30}$
$v_B=5,477\left[\frac{m}{s}\right]$
La tensión en B se calcula con segunda Ley de Newton en la dirección radial:
$-T + m_1g = -m_1\frac{v_B^2}{R}$
$T = m_1g + m_1\frac{v_B^2}{R}$
$T = 20*10 + 20*\frac{30}{1,5}$
$T = 600\,[N]$</td>
<td>$0 = 9u_2^2 - 43,818u_2$
$u_2^2(9u_2 - 43,818) = 0$
$u_2`= 0\left[\frac{m}{s}\right]$ no
$u_2``= 4,869\left[\frac{m}{s}\right]$ si
Con eso, se tiene que:
$u_1 = \frac{4\sqrt{30} - 5*4,869}{4}$
$u_1 = -0,609\left[\frac{m}{s}\right]$
c)
$\Delta K = K_1`-K_1 = \frac{1}{2}m_1\left(u_1^2 - v_1^2\right)$
$\Delta K = \frac{1}{2}*20\left(0,609^2 - 30\right)$
$\Delta K = -296,291\,[J]$</td>
</tr>
<tr>
<td>b) se conserva la cantidad de movimiento y la energía:
$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$
$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$
reemplazando valores :
$20\sqrt{30} + m_2*0 = 20u_1 + 25u_2$
$20*30 + 25*0^2 = 20u_1^2 + 25u_2^2$
de donde :
$120 = 4\left(\frac{4\sqrt{30} - 5u_2}{4}\right)^2 + 5u_2^2$</td>
<td>d) Por energía:
$mgh_A`= \frac{1}{2}mu_1^2$<br>$h_A`= \frac{u_1^2}{2g} = \frac{(-0,609)^2}{2*10}$
$h_A`= 0,019\,[m]$</td>
</tr>
</table>

Ejercicio 3.

Un bloque de masa 2 kg situado sobre un plano áspero inclinado en 30º, se conecta a un resorte de masa despreciable de constante 100 N/m como se indica en la figura. El bloque se suelta del reposo cuando el resorte no está estirado (largo natural) y se mueve 20 cm hacia abajo del plano antes de detenerse.
Calcular el coeficiente de roce.



Solución:

Distribuir puntaje por ecuaciones y resultado

$$\text{Energía inicial}: mgh_0$$

$$\text{Energía final}: mgh + \frac{1}{2}kx^2 - W_f$$

$$\text{con } W_f = -\mu_K Nx = -\mu_K\left(mg\cos 30º\right)x$$

$$mgh_0 = mgh + \frac{1}{2}kx^2 + \mu_K\left(mg\cos 30º\right)x$$

$$\mu_K = \frac{mg\left(h_0 - h\right) - \frac{1}{2}kx^2}{\left(mg\cos 30º\right)x}$$

$$\text{pero } (h_0 - h) =$$

$$\mu_K = \frac{mg\left(x\mathrm{sen}30º\right) - \frac{1}{2}kx^2}{\left(mg\cos 30º\right)x}$$

$$\mu_K = \frac{2*10*0,2*0,5 - \frac{1}{2}*100*0,2^2}{2*10*0,866*0,2}$$

$$\mu_K = \frac{2-2}{3,464} = 0$$

Ejercicio 4.

Un cuerpo de 100 g se encuentra sobre una superficie horizontal muy pulida (roce despreciable) atado a un resorte, el que se encuentra fijo por su otro extremo. Está describiendo un movimiento armónico simple de tal manera que en el instante inicial $t_0 = 0$, se encuentra a 1 m a la derecha del origen o posición determinada por el cuerpo cuando el resorte tiene su longitud natural y alejándose de este punto. Si demora 0,4 segundos en pasar dos veces consecutivas por el origen haciéndolo con una rapidez de 10 π (m/s), calcule:

a. La constante elástica del resorte.

b. La ecuación de la posición instantánea o ecuación itinerario.

Solución: 3 puntos cada letra.

a)

con $\frac{T}{2} = 0{,}4$ se tiene T=0,8 s.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}8} = 2{,}5\pi = 7{,}854 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$$

y como

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$k = m\omega^2 = 0{,}1 * 61{,}685$$

$$k = 6{,}169 \left[\frac{N}{m}\right]$$

b)

$$v_{max} = A\omega$$

$$A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{10\pi}{2{,}5\pi} = 4\,[m]$$

Si considera que:

$$x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$1 = 4\,\text{sen}(2{,}5\pi * 0 + \varphi)$$

$$\varphi = \text{arcsen}\frac{1}{4} = 0{,}253\,[\text{rad}]$$

Entonces:

$$x = 4\,\text{sen}(2{,}5\pi t + 0{,}253)$$

También:

$$x = 4\,\text{sen}(2{,}5\pi t + 0{,}081\pi)$$