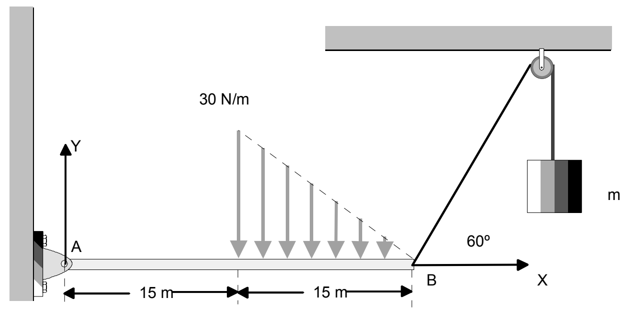
FÍSICA I PEP 2

Sábado 30 Agosto 2003, 8:00 horas. Duración 1 hora 30 minutos.

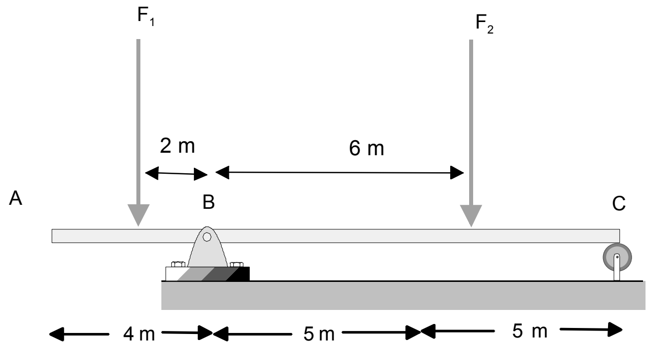
La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice 3 decimales cuando corresponda y tome $g = 10\ ms^{-2}$. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección.

1. La barra *AB* tiene masa *10 kg* y longitud *30 m*, está en equilibrio articulada en *A*, sostenida por una cuerda inextensible que forma un ángulo de 60º con la horizontal y en su otro extremo cuelga un cuerpo de masa desconocida m. Además actúa la fuerza distribuida indicada en la figura que tiene un máximo de $30\ N/m$. Determine
   a. La tensión en la cuerda.
   b. La masa m.
   c. La reacción vertical en *A*.
   d. La reacción horizontal en *A*.



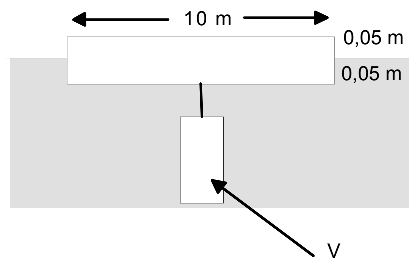
---

2. La barra *AC* de masa *10 kg* y de longitud *14 m*, está en equilibrio en forma horizontal articulada en *B* y apoyada en *C*, como se indica en la figura. Actúan además dos fuerzas verticales de magnitudes $F_1 = 10\ N$, $F_2 = 20\ N$ en los puntos que se indican. Determine:
   a. La reacción vertical en *B*.
   b. La reacción vertical en *C*.
   c. La magnitud máxima que podría tener F_1 para que haya equilibrio.



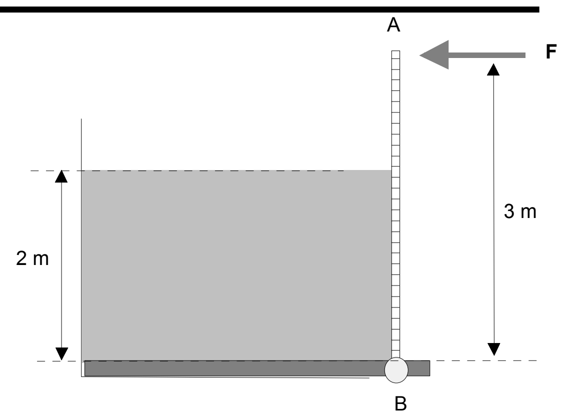
---

3. Una tabla de longitud *10 m*, altura *0,1 m* y de ancho *3 m* (hacia adentro de la figura) y densidad $\rho = 50\, kg/m^3$ se coloca sobre agua de densidad $\rho_{agua} = 1000\, kg/m^3$ y se observa que queda sumergida la mitad (0.05 m) por efecto de un cuerpo de volumen $V = 0{,}1 m^3$ que cuelga desde abajo. Determine la densidad del cuerpo que cuelga.



---

4. Considere una compuerta 3 *m* de alto y de ancho *4 m* (hacia adentro de la figura) articulada en *B* y que contiene agua de densidad $\rho = 1000\, kg/m^3$ hasta una altura de *2 m* como se indica en la figura. Determine
   a. La altura medida desde el fondo (*B*) a la que se encuentra el centro de las fuerzas debidas a la presión.
   b. La magnitud de la fuerza *F* necesaria de aplicar en *A* para el equilibrio de la compuerta.

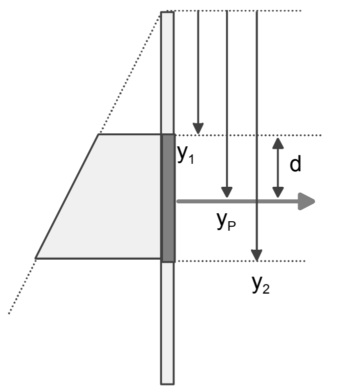


FORMULAS

$$p = p_a + \rho g h, \quad E = \rho_L V_S g, \quad , \quad \vec{\tau}_O = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

$$x_F = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}, \quad y_F = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i}, \quad F = \frac{1}{2}\rho w g (y_2^2 - y_1^2), \quad \vec{r}_{CM} = \frac{A_1\vec{r}_1 + A_2\vec{r}_2}{A_1 + A_2}$$

$$y_P = \frac{2}{3}\frac{y_1^2 + y_2 y_1 + y_2^2}{y_1 + y_2}, \quad d = \frac{1}{3}\frac{(y_2 - y_1)(y_1 + 2y_2)}{y_1 + y_2}$$



PAUTA PEP 2 Física I Plan anual

Hay un punto (1p), base en cada problema y se le suman los indicados. (Si hay algún error se arreglará).

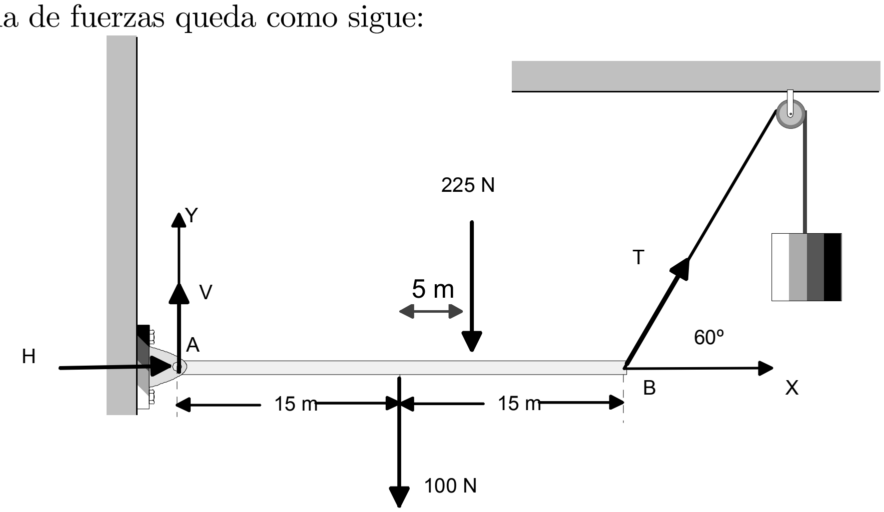
1.- la fuerza distribuida se reemplaza por una fuerza igual al área de la distribución

$$F = \frac{1}{2} 30 \times 15 = 225\,\mathrm{N}$$

ubicada a 1/3 del centro de la barra es decir a

$$x = 15 + 5 = 20\,\mathrm{m}$$

del extremo A. (o de la manera que lo expresen, si está bien) El diagrama de fuerzas queda como sigue:



ahora, la tensión T es evidentemente el peso que cuelga de la cuerda es decir $T = mg = 10m$. Luego

$$\left.\begin{array}{c} T = mg = 10m. \\ \sum F_x = H + T\cos 60 = 0 \\ \sum F_y = V + T\sin 60 - 100 - 225 = 0 \\ \sum \vec{\Gamma}_A = (-15 \times 100 - 20 \times 225 + 30T\sin 60)\hat{k} = \vec{0} \end{array}\right\} \quad (2\mathrm{p})$$

de la última se obtiene $15 \times 100 + 20 \times 225 = 6000$

$$T = \frac{6000}{30\sin 60} = \frac{400}{3}\sqrt{3} = 230.94\,\mathrm{N} \qquad \text{(a) 1 p)}$$

luego

$$m = \frac{T}{g} = \frac{40}{3}\sqrt{3} = 23.094\,\mathrm{kg} \qquad \text{(b) 1 p)}$$

y de las otras ecuaciones

$$\begin{aligned} V &= -T\sin 60 + 100 + 225 \\ &= -200 + 100 + 225 = 125\,\mathrm{N} \qquad \text{(c) 1p)} \end{aligned}$$

$$H = -T\cos 60 = -\frac{200}{3}\sqrt{3} = -115.47\,\mathrm{N} \qquad \text{(d) 1 p)}$$

(Como Ud. sabe, los signos pueden ser $\pm$ según sea la figura de análisis)

2.- Basta la figura de la prueba. Las reacciones son puramente verticales y las llamaremos

$$N_B,\ N_C,$$

luego las ecuaciones son (el peso es $W = 100\,\mathrm{N}$ aplicado a $7\,\mathrm{m}$ del extremo A o $3\,\mathrm{m}$ del punto B)

$$\left.\begin{array}{r} \sum F_y = N_B + N_C - F_1 - F_2 - W = 0 \\ \sum \vec{\Gamma}_B = (2F_1 - 6F_2 - 3W + 10N_C)\hat{k} = \vec{0} \end{array}\right\} \qquad \text{(3 p)}$$

Primero hagamos $F_1 = 10\,\mathrm{N}$ y $F_2 = 20\,\mathrm{N}$ resultando

$$\begin{aligned} N_B + N_C &= 130 \\ 20 - 120 - 300 + 10N_C &= 0 \end{aligned}$$

despejando

$$\begin{aligned} N_C &= 40\,\mathrm{N}, && \text{(b) 1 p)} \\ N_B &= 130 - 40 = 90\,\mathrm{N} && \text{(a) 1 p)} \end{aligned}$$

En segundo lugar, si $F_2 = 20\,\mathrm{N}$, de la ecuación del torque se tiene

$$\begin{aligned} 2F_1 - 6F_2 - 3W + 10N_C &= 0 \Rightarrow \\ 2F_1 - 120 - 300 + 10N_C &= 0 \\ N_C &= -\frac{1}{5}F_1 + 42 \end{aligned}$$

que debe ser mayor o igual a cero luego

$$N_C = 42 - \frac{1}{5}F_1 \geq 0 \Rightarrow F_1 \leq 210\,\mathrm{N}$$

el máximo será

$$F_1^{\max} = 210\,\mathrm{N} \qquad \text{(c) 1 p)}$$

3.- El volumen sumergido de ambos cuerpos será

$$\begin{aligned} V_S &= (10 \times 0.05 \times 3 + 0.1)\,\mathrm{m}^3 \\ &= 1.6\,\mathrm{m}^3 \end{aligned}$$

el empuje es entonces

$$\begin{aligned} E &= \rho_{H_2O} g V_s = 1000 \times 10 \times 1.6 \\ &= 16000\,\mathrm{N} \qquad \text{(2 p)} \end{aligned}$$

que debe igualar al peso es decir

$$\begin{aligned} W &= (10 \times 0.1 \times 3 \times 50 \times 10 + 0.1 \times \rho_c \times 10) \qquad \text{(2 p)} \\ &= (1500 + \rho_c)\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

igualando despejamos

$$\begin{aligned} 16000 &= (1500 + \rho_c) \\ \rho_c &= 14\,500\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \qquad \text{(2 p)} \\ &= 14\,.500\,\mathrm{g\,cm^{-3}} \end{aligned}$$

4.- Desde el nivel del agua, los y medidos hacia abajo, la fuerza de la presión será

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2}\rho w g (y_2^2 - y_1^2) = \\ &= \frac{1}{2} 1000 \times 4 \times 10 (2^2 - 0^2) \\ &= 80\,000\,\mathrm{N} \qquad \text{(1 p)} \end{aligned}$$

aplicado en

$$y_P = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} = 1.333\,\mathrm{m} \qquad \text{(1 p)}$$

luego la altura desde el fondo será

$$h = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3} = 0.667\,\mathrm{m} \tag{1 p}$$

Igualamos los torques (otros harán la suma cero, bien también vale)

$$\begin{aligned} 3F &= 0.667 \times 80\,000 \\ F &= 17786.\,7\,\mathrm{N} \end{aligned} \tag{3 p}$$