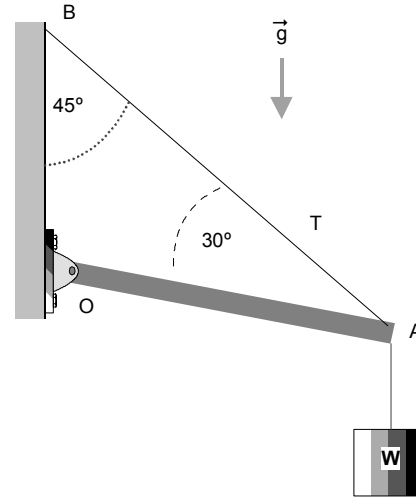


FÍSICA I PEP 2

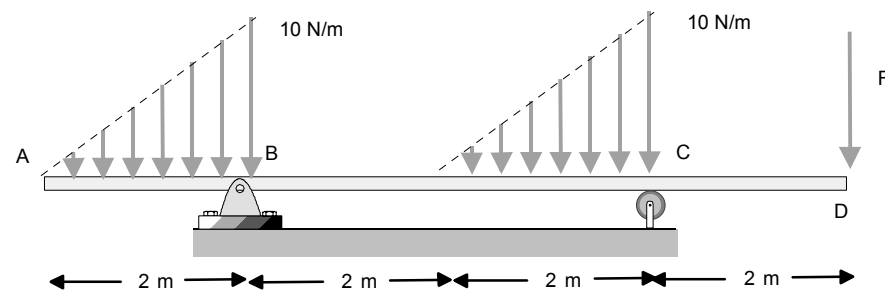
Miércoles 26 Mayo 2004, 18:30 horas. Duración 1 hora 30 minutos.

La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice 3 decimales cuando corresponda y tome $g = 10 \text{ ms}^{-2}$. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. Los dibujos debe hacerlos en su desarrollo.

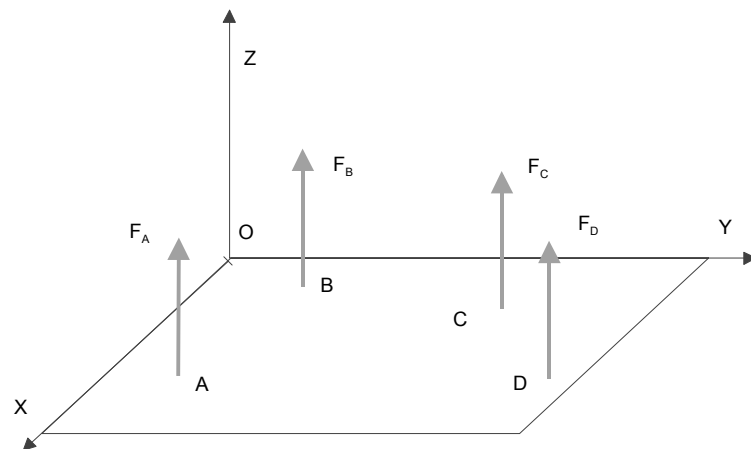
1. La barra OA que tiene masa 10 kg y longitud 2 m , está en equilibrio articulada en O , sostenida por una cuerda inextensible que forma un ángulo de 30° con la barra y que está unida a un punto fijo B . La cuerda forma un ángulo de 45° con la vertical como se indica en la figura. En el extremo derecho de la barra cuelga un cuerpo de peso $W = 200 \text{ N}$. Determine
 - a. La tensión en la cuerda AB .
 - b. La reacción vertical en O .
 - c. La reacción horizontal en O .



2. La barra AD de la figura de masa 40 kg y de longitud 8 m , está en equilibrio en forma horizontal, articulada en B , apoyada en C , cargada por las fuerzas distribuidas indicadas en la figura que tienen ambas un máximo de 10 N/m . Actúa además en su extremo derecho D una fuerza vertical de magnitud $F = 10 \text{ N}$. Determine:
 - a. La reacción vertical en B .
 - b. La reacción vertical en C .



3. Sobre una lámina rectangular ubicada en el plano OXY de un sistema de coordenadas actúan cuatro fuerzas paralelas al eje OZ de magnitudes $F_A = 150 \text{ N}$, $F_B = 100 \text{ N}$, $F_C = 50 \text{ N}$, $F_D = 100 \text{ N}$ en los puntos de coordenadas $A = (2,1,0)$, $B = (1,1,0)$, $C = (1,2,0)$, $D = (2,3,0)$, donde las coordenadas están en metros. La figura no está a escala. Determine
 - a. Los torques de cada una de esas cuatro fuerzas respecto al origen.
 - b. Las coordenadas del centro de fuerza.
 - c. El torque de la resultante respecto al punto D .
 - d. .



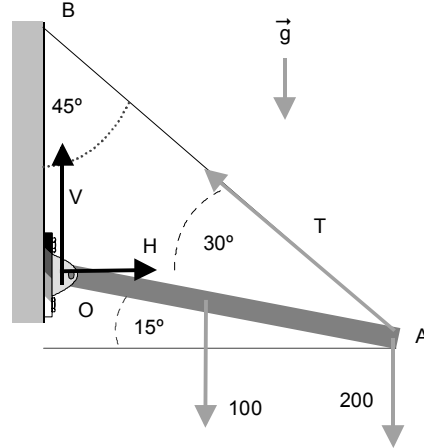
FORMULAS

$$x_F = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}, \quad y_F = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i}, \quad \vec{r}_{CM} = \frac{A_1 \vec{r}_1 + A_2 \vec{r}_2}{A_1 + A_2}, \quad \vec{\Gamma} = \vec{r} \times \vec{F},$$

PAUTA PEP 2, año 2004, Física I Plan anual

Hay un punto (1p), base en cada problema y se le suman los indicados.

1.- las fuerzas se indican en la figura



$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= H - T \cos 45 = 0 \\ \sum F_y &= V + T \sin 45 - 300 = 0 \\ \sum \vec{\Gamma}_O &= (2T \sin 30 - 100 \times 1 \times \cos 15 - 200 \times 2 \times \cos 15) \hat{k} = \vec{0} \\ &\quad \text{ó} \\ \sum \Gamma_O &= 2T \sin 30 - 100 \times 1 \times \cos 15 - 200 \times 2 \times \cos 15 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3p)$$

de la última se obtiene

$$T = \frac{500 \cos 15}{2 \sin 30} = 125\sqrt{6} \left(1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}\right) = 482.963 \text{ N} \quad (\text{a) } 1 \text{ p})$$

y de las otras ecuaciones

$$V = 300 - T \sin 45 = 300 - \frac{125}{2}\sqrt{6} \left(1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}\right) \sqrt{2} = -41.5064 \text{ N} \quad (\text{b) } 1p)$$

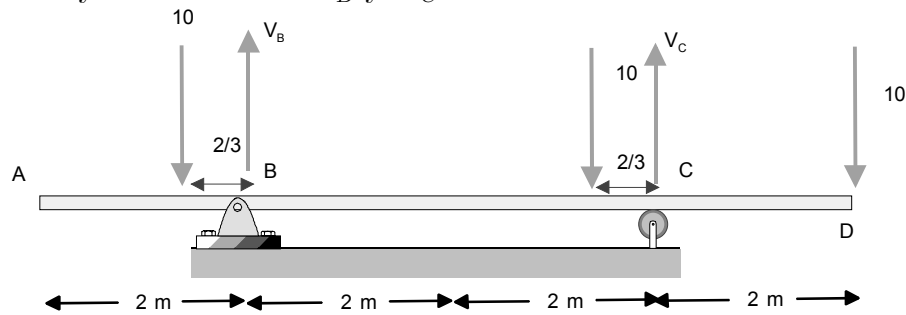
$$H = T \cos 45 = \frac{125}{2}\sqrt{6} \left(1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}\right) \sqrt{2} = 341.506 \text{ N} \quad (\text{c) } 1p)$$

(Como Ud. sabe, los signos pueden ser $\pm$ según sea la figura de análisis)

2.- Las fuerzas distribuidas equivalen a

$$F = \frac{1}{2} 2 \times 10 = 10 \text{ N},$$

ubicadas como se indica en esta figura. Las reacciones son puramente verticales y las llamaremos V_B y V_C



luego las ecuaciones son (con el peso de la barra $W = 400$)

$$\left. \begin{aligned} \sum F_y &= V_B + V_C - 30 - 400 = 0 \\ \sum \vec{\Gamma}_B &= (10 \times \frac{2}{3} - 2 \times 400 - 10 \times (4 - \frac{2}{3}) + 4V_C - 10 \times 6) \hat{k} = \vec{0} \\ \sum \Gamma_B &= 10 \times \frac{2}{3} - 2 \times 400 - 10 \times (4 - \frac{2}{3}) + 4V_C - 10 \times 6 = 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{ó} \\ (3 \text{ p}) \end{array}$$

de la segunda

$$V_C = \frac{665}{3} = 221.667 \text{ N}, \quad (\text{b}) \ 1.5\text{p}$$

y de la primera

$$V_B = \frac{625}{3} = 208.333 \text{ N} \quad (\text{a}) \ 1.5\text{p}$$

3.- Los puntos de aplicación son

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} &= (2, 1, 0), \\ \overrightarrow{OB} &= (1, 1, 0), \\ \overrightarrow{OC} &= (1, 2, 0), \\ \overrightarrow{OD} &= (2, 3, 0)\end{aligned}$$

y las fuerzas

$$\begin{aligned}\vec{F}_A &= (0, 0, 150) \\ \vec{F}_B &= (0, 0, 100) \\ \vec{F}_C &= (0, 0, 50) \\ \vec{F}_D &= (0, 0, 100)\end{aligned}$$

los torques serán respecto al origen O son respectivamente

$$\begin{aligned}(2, 1, 0) \times (0, 0, 150) &= (150, -300, 0) \text{ N m}, \\ (1, 1, 0) \times (0, 0, 100) &= (100, -100, 0) \text{ N m}, \\ (1, 2, 0) \times (0, 0, 50) &= (100, -50, 0) \text{ N m}, \\ (2, 3, 0) \times (0, 0, 100) &= (300, -200, 0) \text{ N m},\end{aligned}\tag{a} \text{ 2p)}$$

las coordenadas del centro de fuerza serán

$$\begin{aligned}x_F &= \frac{2 \times 150 + 1 \times 100 + 1 \times 50 + 2 \times 100}{150 + 100 + 50 + 100} = \frac{13}{8} = 1.625 \text{ m} \\ y_F &= \frac{1 \times 150 + 1 \times 100 + 2 \times 50 + 3 \times 100}{150 + 100 + 50 + 100} = \frac{13}{8} = 1.625 \text{ m}\end{aligned}\tag{b} \text{ 2p)}$$

respecto al punto D los vectores de posición de las fuerzas $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$ y $\vec{F}_C$ son

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DA} &= (2, 1, 0) - (2, 3, 0) = (0, -2, 0) \\ \overrightarrow{DB} &= (1, 1, 0) - (2, 3, 0) = (-1, -2, 0) \\ \overrightarrow{DC} &= (1, 2, 0) - (2, 3, 0) = (-1, -1, 0)\end{aligned}$$

y el torque será

$$\begin{aligned}
 \vec{\Gamma}_D &= (0, -2, 0) \times (0, 0, 150) + (-1, -2, 0) \times (0, 0, 100) + (-1, -1, 0) \times (0, 0, 50) \\
 &= (-550, 150, 0) \text{ N m} && \text{(c) 2p)} \\
 \Gamma_D &= 50\sqrt{130} = 570.088 \text{ N m} && (1)
 \end{aligned}$$

Otro camino: Centro de fuerza

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{OF} &= \left(\frac{13}{8}, \frac{13}{8}, 0\right) \\
 \overrightarrow{OD} &= (2, 3, 0) \\
 \overrightarrow{DF} &= \left(-\frac{3}{8}, -\frac{11}{8}, 0\right) \\
 \vec{F} &= (0, 0, 400)
 \end{aligned}$$

$$\vec{\Gamma}_D = \left(-\frac{3}{8}, -\frac{11}{8}, 0\right) \times (0, 0, 400) = (-550, 150, 0) = (-550.0, 150.0, 0)$$