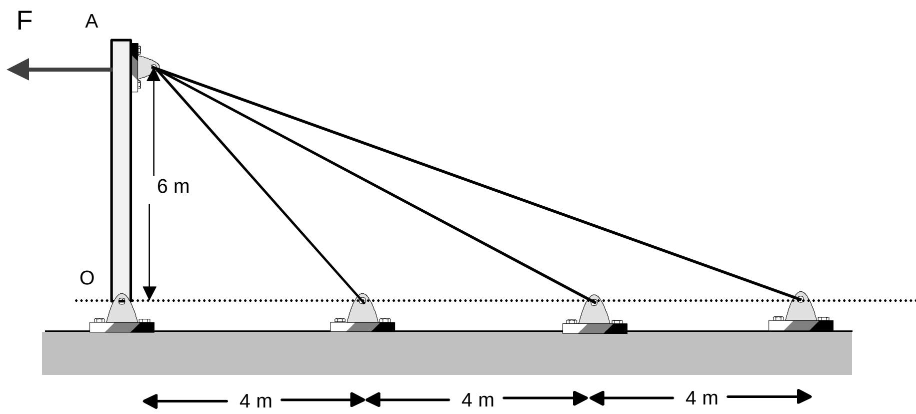
PRUEBA FÍSICA I PEP 2

Martes 4 de Julio 2006. Duración 1 hora 30 minutos.

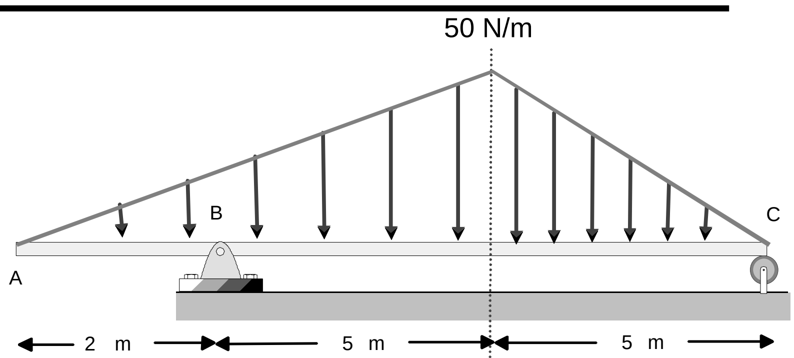
La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice 3 decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. Las figuras debe hacerlas en su desarrollo. Tome $g = 10 m/s^2$.

1. La barra vertical OA articulada en O, es tirada por una fuerza horizontal $F = 400N$ aplicada en A. La barra es equilibrada por las tres cuerdas indicada en la figura. Se sabe además que las magnitudes de las tensiones en las cuerdas son iguales. Otras dimensiones están indicadas en la figura. Determine los vectores correspondientes a las tres fuerzas de tensión expresados en los ejes OX horizontal, OY vertical.



---

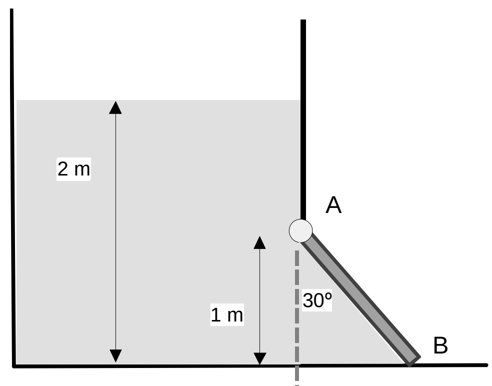
2. La barra AC de la figura de masa 100 kg y longitud 12 m está en equilibrio en forma horizontal, articulada en B, apoyada en C, cargada por las fuerzas distribuidas indicadas en la figura que tienen ambas una forma lineal con un máximo de 50 N/m. Determine:
   a. La reacción vertical en B.
   b. La reacción vertical en C.



---

3. Considere la compuerta rectangular AB, que contiene agua de densidad $\rho = 1000 kg/m^3$ de ancho 2 m (hacia dentro de la figura) articulada por un pasador liso en A. La compuerta tiene una masa total de 30000 kg. No hay roce. Determine

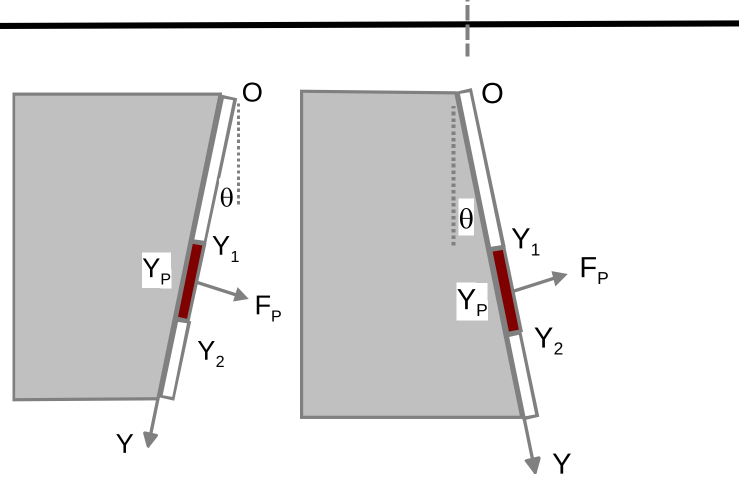
   a. Las componentes horizontal y vertical de la reacción en A.
   b. La componente vertical de la reacción en B.



$$p = p_a + \rho g h, \quad E = \rho_L V_S g, \quad , \quad \vec{\tau}_O = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

$$x_F = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}, \quad y_F = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i}, \quad \vec{r}_{CM} = \frac{A_1 \vec{r}_1 + A_2 \vec{r}_2}{A_1 + A_2}$$

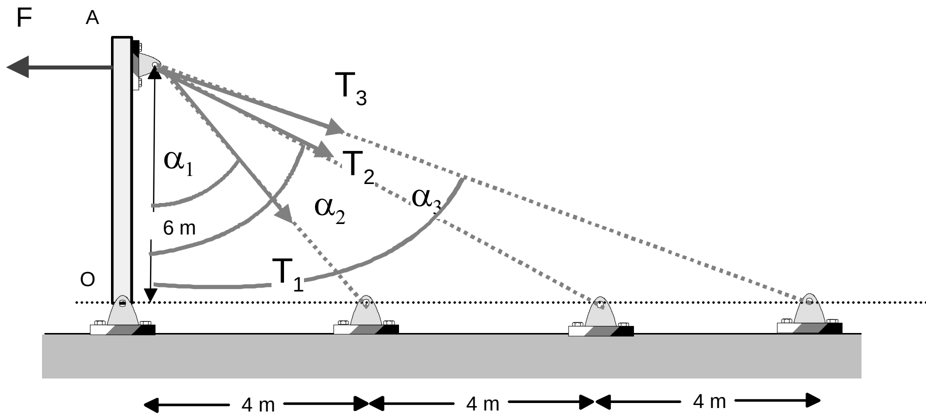
$$y_P = \frac{2}{3} \frac{y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2}{y_1 + y_2}, \quad F_P = \frac{1}{2} \rho w g (y_2^2 - y_1^2) \cos\theta,$$



Pauta PEP2 2006
Física I Plan anual

Hay un punto (1p), base y se le suman los indicados. Si alguien no llega al resultado correcto en cada letra, evalúe el error cometido, y el puntaje que le corresponde.

1. De acuerdo a la figura



Tenemos que

$$
\begin{aligned}
F &= T_1 \sin\alpha_1 + T_2 \sin\alpha_2 + T_3 \sin\alpha_3 & \text{(1p)} \\
T_1 &= T_2 = T_3 = T
\end{aligned}
$$

siendo

$$
\begin{aligned}
\sin\alpha_1 &= \frac{4}{\sqrt{4^2+6^2}} = \frac{2}{13}\sqrt{13}, \quad \alpha_1 = 33.690^{\,o} \\
\sin\alpha_2 &= \frac{8}{\sqrt{8^2+6^2}} = \frac{4}{5}, \quad \alpha_2 = 53.130^{o} \\
\sin\alpha_3 &= \frac{12}{\sqrt{12^2+6^2}} = \frac{2}{5}\sqrt{5}, \quad \alpha_3 = 63.435^{o} & \text{(1 p)}
\end{aligned}
$$

luego

$$
T = \frac{F}{\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2 + \sin\alpha_3} = \frac{400}{\frac{2}{13}\sqrt{13} + \frac{4}{5} + \frac{2}{5}\sqrt{5}} = 177.847 \qquad \text{(2 p)}
$$

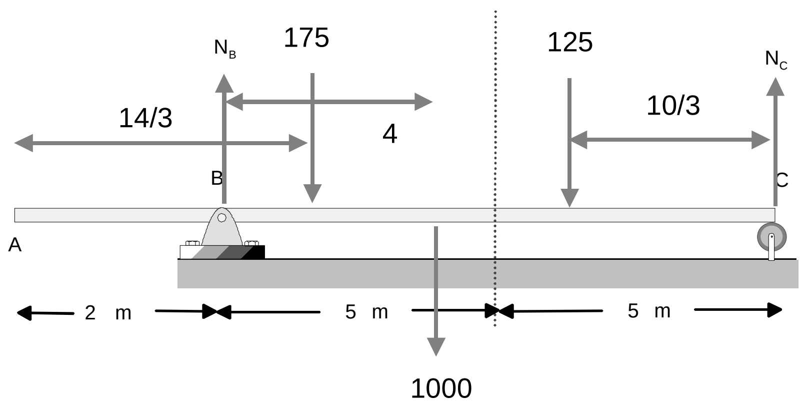
luego las tensiones son

$$
\begin{aligned}
\vec{T}_1 &= 177.847(\sin\alpha_1 \hat{\imath} - \cos\alpha_1 \hat{\jmath}) = 98.652\hat{\imath} - 147.978\hat{\jmath} \\
\vec{T}_2 &= 177.847(\sin\alpha_2 \hat{\imath} - \cos\alpha_2 \hat{\jmath}) = 142.278\hat{\imath} - 106.7082\hat{\jmath} \\
\vec{T}_3 &= 177.847(\sin\alpha_3 \hat{\imath} - \cos\alpha_3 \hat{\jmath}) = 159.071\,\hat{\imath} - 79.536\hat{\jmath} & \text{(2 p)}
\end{aligned}
$$

Lo mismo vale si alumnos indican las componentes correctamente.

2. En la figura se han colocado las fuerzas equivalentes a las distribuidas

$$\frac{1}{2}7 \times 50 = 175 \quad \text{y} \quad \frac{1}{2}5 \times 50 = 125 \qquad \text{(1 p)}$$



(1 p)

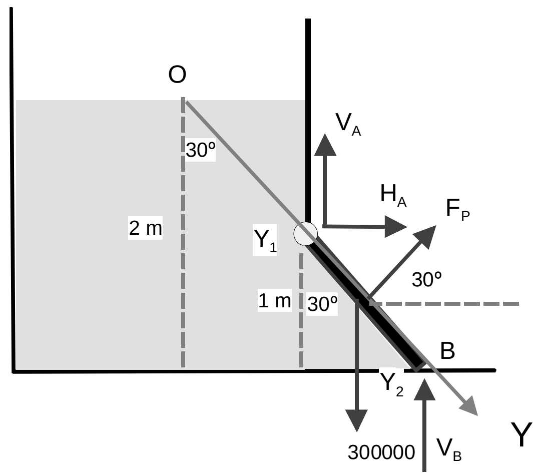
Note que diagrama de cuerpo libre completo vale (1 p). Las ecuaciones de equilibrio serán

$$\begin{aligned}
\sum F_y &= N_B + N_C - 175 - 1000 - 125 = 0 && \text{(1 p)}\\
\sum \tau_B &= 10N_C - 175 \times (\frac{14}{3} - 2) - 1000 \times (6-2) \\
-125 \times (10 - \frac{10}{3}) &= 0 && \text{(1 p)}
\end{aligned}$$

cálculos correctos dan

$$\begin{aligned}
N_C &= 530\,\mathrm{N} && \text{(1 p)}\\
N_B &= 770\,\mathrm{N} && \text{(1 p)}
\end{aligned}$$

3. Corregimos la masa de la compuerta a 30.000 kg. De acuerdo a la figura tenemos



luego de acuerdo a fórmulas

$$\begin{aligned}
y_2 &= \frac{2}{\cos 30} = \frac{4}{\sqrt{3}} = 2.309\,\mathrm{m}, \quad y_1 = \frac{1}{\cos 30} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155\,\mathrm{m} \\
y_P &= \frac{2}{3}\frac{y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2}{y_1 + y_2} = \frac{28}{27}\sqrt{3} = 1.796 \text{ m} \\
F_P &= \frac{1}{2}\rho w g (y_2^2 - y_1^2)\cos 30 = \frac{1}{2} 1000 \times 2 \times 10 (y_2^2 - y_1^2) \cos \frac{\pi}{6} \\
&= 20\,000\sqrt{3} = 34641.016 \text{ N} \qquad \text{(2 p todo)}
\end{aligned}$$

Condiciones de equilibrio son

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= H_A + F_P \cos 30 = 0 \qquad \text{(1 p)} \\
\sum F_y &= V_A + V_B - 300000 + F_P \sin 30 = 0 \qquad \text{(1 p)} \\
\sum \tau_A &= F_P (y_P - y_1) + V_B (y_2 - y_1) \sin 30 ... \\
-50000 \times \frac{(y_2 - y_1)}{2} \sin 30 &= 0 \qquad \text{(1 p)}
\end{aligned}$$

por si lo necesita
$y_P - y_1 = 0.642$
$\frac{(y_2 - y_1)}{2} = 0.577$
El resto de los cálculos numéricos correctos vale sólo (1 p)
o numéricamente

$$\begin{aligned}
H_A + 30\,000 &= 0 \\
V_A + V_B - 300\,000 + 10\,000\sqrt{3} &= 0 \\
\frac{200\,000}{9} + \frac{1}{3} V_B \sqrt{3} - 50\,000\sqrt{3} &= 0
\end{aligned}$$

que tienen como soluciones

$$
\begin{aligned}
H_A &= -30\,000\,\mathrm{N} \\
V_B &= \frac{50\,000}{9}\left(-4+9\sqrt{3}\right)\sqrt{3} = 111509.982\ \mathrm{N} \\
V_A &= \frac{110\,000}{9}\sqrt{3}+150\,000 = 171169.510\,\mathrm{N} \qquad \text{(1 p)}
\end{aligned}
$$