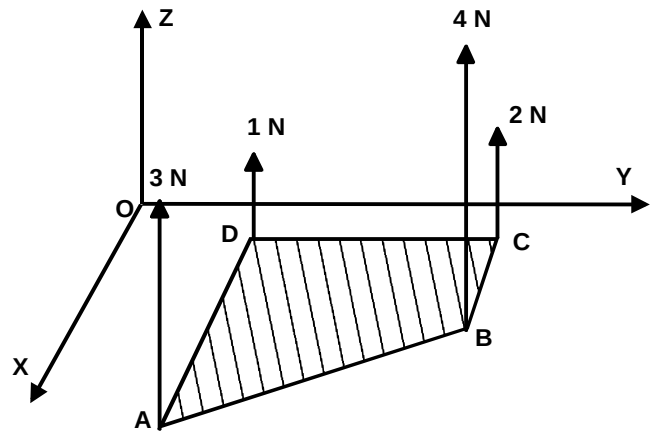


PRUEBA FÍSICA I PEP 2

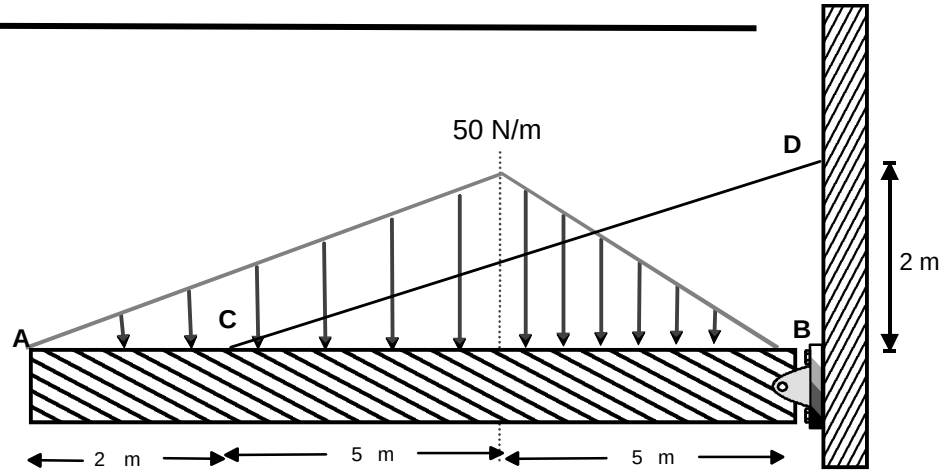
Viernes 22 de Junio 2007. Duración 1 hora 30 minutos.

La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice 3 decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. Las figuras debe hacerlas en su desarrollo. Tome $g = 10 \text{ m/s}^2$.

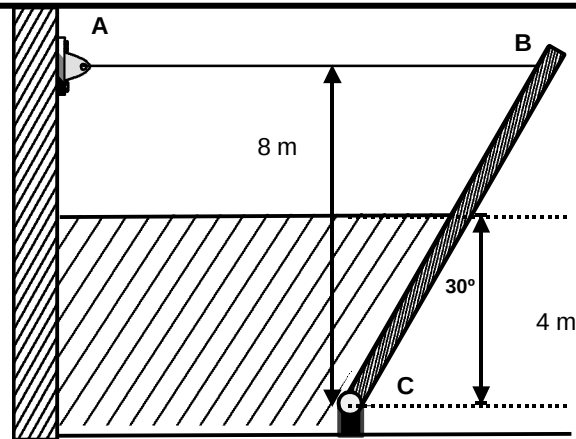
1. La lámina homogénea ABCD de masa 20 kg tiene sus vértices en las coordenadas $A = (4, 1, 0)$, $B = (2, 3, 0)$, $C = (1, 3, 0)$, $D = (1, 1, 0)$. Sobre esos puntos actúan las fuerzas verticales expresadas en (N) indicadas en la figura donde el eje OZ es vertical. Determine:
 - a. Las coordenadas del centro de esas cuatro fuerzas.
 - b. El torque de la resultante de esas cuatro fuerzas respecto al origen O.
 - c. Las coordenadas del centro de masa de la lámina.



2. La barra AB de la figura de masa 100 kg y longitud 12 m está en equilibrio en forma horizontal, articulada en B, sostenida por una cuerda inextensible CD, cargada por las fuerzas distribuidas indicadas en la figura que tienen ambas una forma lineal con un máximo de 50 N/m. Determine:
 - a. La reacción vertical en B.
 - b. La reacción horizontal en B.
 - c. La tensión en la cuerda CD.



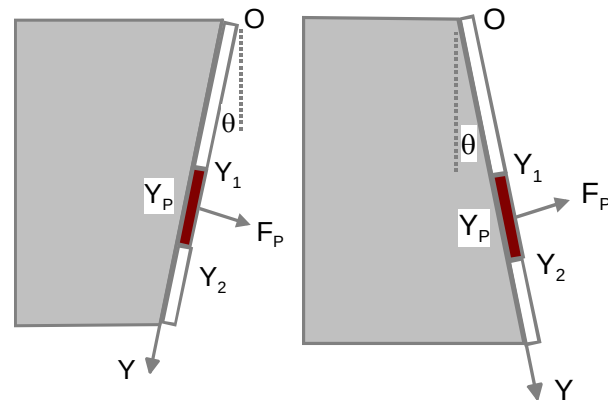
3. Considere la compuerta rectangular BC inclinada en 30° , que contiene agua de densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ y de ancho 2 m (hacia dentro de la figura) articulada por un pasador liso en C y sostenida por la cuerda inextensible AB. La compuerta tiene una masa total de 20000 kg. Determine
 - a. Las componentes horizontal y vertical de la reacción en C.
 - b. La tensión en la cuerda AB.



$$p = p_a + \rho gh, \quad E = \rho_L V_s g, \quad \vec{\tau}_O = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

$$x_F = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i}, \quad y_F = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i}, \quad \vec{r}_{CM} = \frac{A_1 \vec{r}_1 + A_2 \vec{r}_2}{A_1 + A_2}$$

$$y_P = \frac{2}{3} \frac{y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2}{y_1 + y_2}, \quad F_P = \frac{1}{2} \rho w g (y_2^2 - y_1^2) \cos \theta,$$

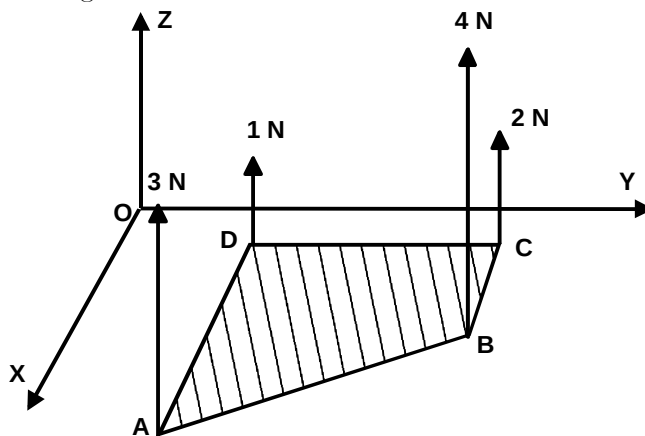


Pauta PEP2 2007

Física I Plan anual

Hay un punto (1p), base y se le suman los indicados. Si alguien no llega al resultado correcto en cada letra, evalúe el error cometido, y el puntaje que le corresponde.

1. De acuerdo a la figura



$$A = (4, 1, 0), B = (2, 3, 0), C = (1, 3, 0), D = (1, 1, 0)$$

$$\begin{aligned} x_F &= \frac{3 \times 4 + 4 \times 2 + 2 \times 1 + 1 \times 1}{3 + 4 + 2 + 1} = \frac{23}{10} = 2.3 \\ y_F &= \frac{3 \times 1 + 4 \times 3 + 2 \times 3 + 1 \times 1}{3 + 4 + 2 + 1} = \frac{11}{5} = 2.2 \quad (\text{a) } 2 \text{ p}) \end{aligned}$$

el torque de la resultante respecto al origen será

$$\vec{\Gamma}_O = \vec{r}_F \times F\hat{k} = \left(\frac{23}{10}\hat{i} + \frac{11}{5}\hat{j}\right) \times 10\hat{k} = -23\hat{j} + 22\hat{i} \quad (\text{b) } 2 \text{ p})$$

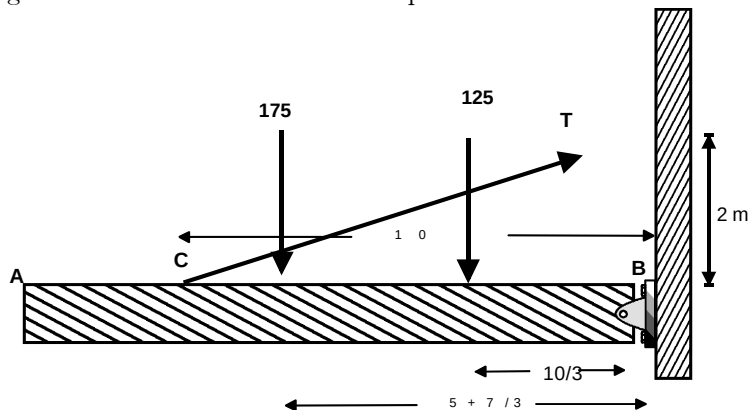
La figura es un rectángulo de área $A_1 = 2$ más un triángulo de área $A_2 = 2$ cuyos centroides son

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= 1.5\hat{i} + 2\hat{j} \\ \vec{r}_2 &= \left(2 + \frac{2}{3}\right)\hat{i} + \left(1 + \frac{2}{3}\right)\hat{j} \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} \vec{r}_{CM} &= \frac{2\vec{r}_1 + 2\vec{r}_2}{2 + 2} = \frac{1}{2} \left[\left(1.5 + 2 + \frac{2}{3}\right)\hat{i} + \left(2 + 1 + \frac{2}{3}\right)\hat{j} \right] \\ &= 2.083\hat{i} + 1.833\hat{j} \quad (\text{c) } 2 \text{ p}) \end{aligned}$$

2. En la figura se han colocado las fuerzas equivalentes a las distribuidas



$$\frac{1}{2}7 \times 50 = 175 \quad \text{y} \quad \frac{1}{2}5 \times 50 = 125 \quad (1 \text{ p})$$

El ángulo α que forma la cuerda con la horizontal $\tan \alpha = \frac{2}{10}$, $\alpha = 11.310^\circ$. Las ecuaciones de equilibrio serán

$$\sum F_x = H_B + T \cos \alpha = 0 \quad (1 \text{ p})$$

$$\sum F_y = V_B + T \sin \alpha - 175 - 125 - 1000 = 0 \quad (1 \text{ p})$$

$$\sum \tau_B = -10T \sin \alpha + 175 \times \left(5 + \frac{7}{3}\right) + 125 \times \frac{10}{3} + 1000 \times 6 = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{4 + 100}}, \quad \cos \alpha = \frac{10}{\sqrt{4 + 100}}$$

cálculos correctos dan

$$V_B = 530 \text{ N} \quad (\text{despeje y calculos } 2 \text{ p})$$

$$H_B = -3850 \text{ N}$$

$$T = 770\sqrt{26} = 3926.2 \text{ N}$$

3. De acuerdo a la figura tenemos

luego de acuerdo a fórmulas

$$y_1 = 0 \text{ m}, \quad y_2 = \frac{4}{\cos 30} = \frac{8}{\sqrt{3}} = 4.619 \text{ m}$$

$$y_P = \frac{2}{3}y_2 = \frac{16}{3\sqrt{3}} = 3.079 \text{ m}$$

$$F_P = \frac{1}{2}\rho w g(y_2^2 - y_1^2) \cos 30 = \frac{320000}{3}\sqrt{3} \quad (2 \text{ p las tres})$$

$$= 1.8475 \times 10^5 \text{ N}$$

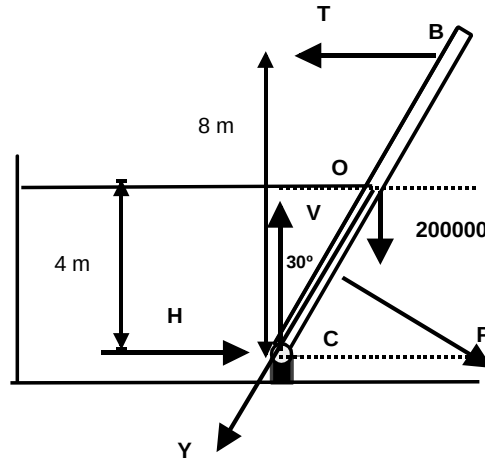


Figure 1:

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= H + F_P \cos 30 - T = 0 \\
 \sum F_y &= V - 200000 - F_P \sin 30 = 0 \\
 \sum \tau_C &= 8T - 200000 \times \frac{4}{\sqrt{3}} - F_P \left(\frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{16}{3\sqrt{3}} \right) \quad (2 \text{ p las tres}) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Calculando

$$\begin{aligned}
 V &= 200000 + \frac{320000}{3} \sqrt{3} \frac{1}{2} = 2.924 \times 10^5 \text{ N} \\
 H &= T - F_P \cos 30 = -66707.61 \text{ N} \\
 T &= 93290.58 \text{ N} \quad (2 \text{ p despeje y calculos})
 \end{aligned}$$