PRUEBA FÍSICA I ESPECIAL 2

Viernes 2 diciembre 2011. Duración 1 hora 30 minutos.

La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice 3 decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. **Las figuras son obligatorias y debe hacerlas en su desarrollo.**

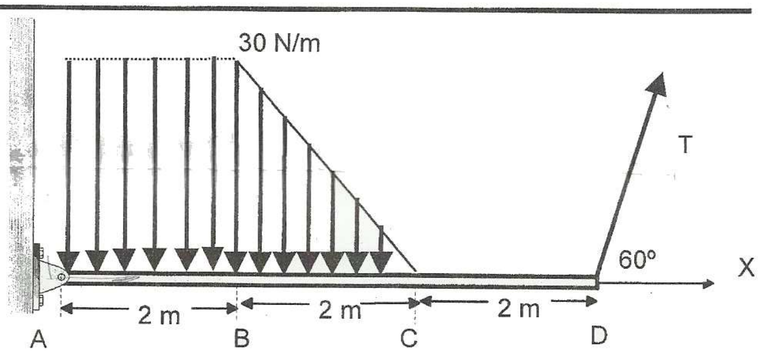
1. Considere la tierra como esférica sin atmósfera con masa $5{,}98\times10^{24}\,kg$ y un satélite artificial de masa $5000kg$ en órbita circular en el plano ecuatorial en el **sentido contrario** al de la rotación terrestre que tiene una rapidez de $3000ms^{-1}$. Usted puede aproximar a que la masa reducida es la masa del satélite y que el centro de la Tierra está en reposo. Determine numéricamente:
   a. El radio de la órbita del satélite.
   b. El periodo o tiempo que emplea el satélite en dar una vuelta completa en el espacio.
   c. El número de vueltas que da el satélite en respecto a la Tierra (que rota) en cada día.

---

2. Un triángulo tiene sus vértices en los puntos (coordenadas en metros) $A=(0,1,0)$, $B=(2,0,2)$, $C=(0,2,2)$. Se pide
   a. El área del triángulo.
   b. Las longitudes de sus lados.
   c. Los ángulos del triángulo.
   d. La ecuación del plano que contiene al triángulo.

---

3. Una barra homogénea rígida AD está articulada en A, tiene una masa de 10 kg, actúan una fuerza distribuida que es constante en los primeros dos metros, luego varía linealmente como se indica en la figura con un máximo de 30 N/m. Además actúa una fuerza de tensión T inclinada en 60° en el punto D como se indica en la figura y que la equilibra. Determine (a) La fuerza vertical en A. (b) La fuerza horizontal en A y (c) la tensión T.



---

4 Una tabla que tiene un área horizontal de 2 m^2 y un alto de 0.2 m y una densidad de $800kg/m^3$ flota en agua de densidad $1000kg/m^3$. Determine
   a. La fuerza de empuje actuando sobre la tabla.
   b. La altura sumergida de la tabla.

FORMULAS

$$G=6.673\times10^{-11}m^3kg^{-1}s^{-2},\quad a=\frac{v^2}{R}=\frac{4\pi^2}{T^2}R,\quad v=\sqrt{\frac{GM}{R}},\quad v_e=\sqrt{\frac{2GM}{R}},\quad R^3=\frac{G(M_1+M_2)}{4\pi^2}T^2,\quad \vec{r}_{CM}=\frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z\quad \vec{a}\times\vec{b}=(a_yb_z-a_zb_y)\hat{i}+(a_zb_x-a_xb_z)\hat{j}+(a_xb_y-a_yb_x)\hat{k}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\alpha\quad |\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\quad \vec{r}\cdot\hat{n}=d,\quad A=\frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|$$

$$\vec{\Gamma}=\vec{r}\times\vec{F}\quad x_C=\frac{\sum x_iF_i}{\sum F_i},\quad z_C=\frac{\sum z_iF_i}{\sum F_i}\quad E=\rho_LV_Sg$$

Pauta PEP2 2011
Física I Plan anual

Hay un punto (1p), base y se le suman los indicados. Si alguien no llega al resultado correcto en cada letra, evalúe el error cometido, y el puntaje que le correspondería, menor al máximo indicado.

1. Datos

$$\begin{aligned} G &= 6.673 \times 10^{-11},\ R_T = 6378 \times 10^3\,\mathrm{m} \\ M_T &= 5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg} \\ M_S &= 5000\,\mathrm{kg} \\ v &= 3000\,\mathrm{m\,s^{-1}} \\ G &= 6.673 \times 10^{-11} \end{aligned}$$

de la fórmula (da lo mismo usar M_T o $M_T + M_S$)

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}$$

resulta

$$R = \frac{GM_T}{v^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11}(5.98 \times 10^{24})}{(3000)^2} = 4.434 \times 10^7\,\mathrm{m} \qquad \text{(a) 2 p)}$$

($R_T = 6700000\,\mathrm{m} = 6.7 \times 10^6\,\mathrm{m}$) el tiempo (periodo) sería

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 4.434 \times 10^7}{3000} = 92865\,\mathrm{s} \qquad \text{(b) 2 p)}$$

el número de vueltas (absoluto) será

$$\frac{24 \times 3600}{92865} = 0.930$$

pero respecto a la Tierra será

$$1.930 \qquad \text{(c) 2 p)}$$

(agregar la masa del satélite no incide significativamente)

2. Un triángulo tiene sus vertices ABC en los puntos

$$\overrightarrow{OA} = (0,1,0),\ \ \overrightarrow{OB} = (2,0,2),\ \overrightarrow{OC} = (0,2,2)$$

vectores a lo largo de dos lados son

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} &= (0,2,2) - (0,1,0) = (0,1,2) \\ \overrightarrow{AB} &= (2,0,2) - (0,1,0) = (2,-1,2) \\ \overrightarrow{BC} &= (0,2,2) - (2,0,2) = (-2,2,0) \end{aligned}$$

a) el área será

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}\left|(0,1,2)\times(2,-1,2)\right| = \frac{1}{2}\left|(4,4,-2)\right| = \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{16+16+4} = 3\ \mathrm{m}^2 \qquad \text{(a) 1.5 p)} \end{aligned}$$

b) sus lados son las longitudes serán

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{1+4} = \sqrt{5} = 2.236\,\mathrm{m} \\ AB &= \sqrt{4+1+4} = \sqrt{9} = 3\,\mathrm{m} \\ BC &= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2.828\ \mathrm{m} \qquad \text{(b) 1.5 p)} \end{aligned}$$

los ángulos c)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB} &= \sqrt{5}\cdot 3\cos\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = 63.432^o = \frac{\pi}{3} \\ \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA} &= \sqrt{8}\cdot 3\cos\beta = 6 \Rightarrow \beta = 45^o \qquad \text{(c) 1.5 p)} \\ \gamma &= 180 - 45 - 63.432 = 71.568^o \end{aligned}$$

Del cálculo del área tenemos un vector normal

$$\begin{aligned} \vec{N} &= ((4,4,-2)) \\ \hat{N} &= \frac{(2,2,-1)}{\sqrt{9}} = \frac{(2,2,-1)}{3} \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} \hat{N}\cdot\vec{r} &= d \\ 2x+2y-z &= 3d \end{aligned}$$

pero, colocamos las coordenadas de A

$$2 = 3d$$

finalmente

$$2x+2y-z = 2 \qquad \text{(d) 1.5 p)}$$

3. La fuerza distribuida equivale al área de la distribución. Pero es más simple separar el rectangulo y el triángulo que son y actúan en

$$60\,\mathrm{N}, 1\,\mathrm{m}$$
$$30\,\mathrm{N}, 2+\frac{2}{3}\,\mathrm{m}$$

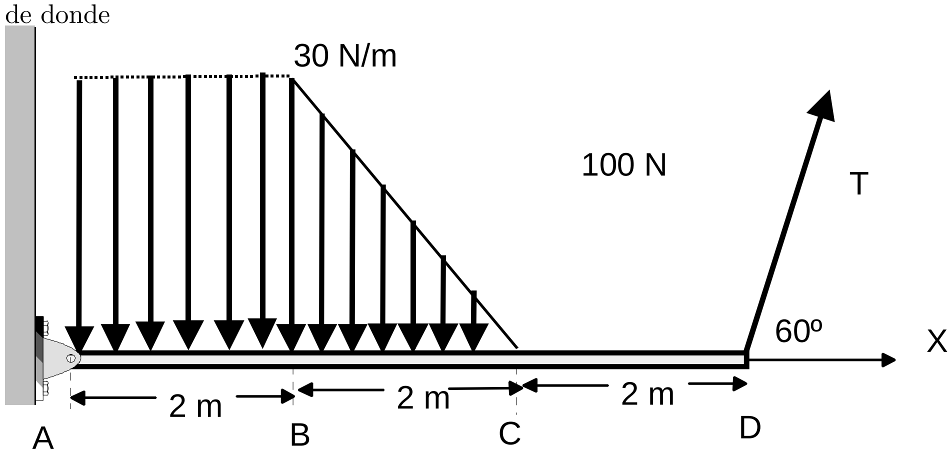
y el peso es y actúa en

$$100\,\mathrm{N}, 3\,\mathrm{m}$$

Las condiciones de equilibrio serán

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= T\cos 60 + H_A = 0 \\
\sum F_y &= T\sin 60 + V_A - 60 - 30 - 100 = 0 \\
\sum \Gamma_A &= 6T\sin 60 - 60\times 1 - 30\times(2+\frac{2}{3}) - 100\times 3 = 0
\end{aligned}$$

de donde



$$\begin{aligned}
T &= \frac{440}{9}\sqrt{3} = 84.678\,\mathrm{N} \\
H_A &= -\frac{220}{9}\sqrt{3} = -42.339\,\mathrm{N} \\
V_A &= 190 - \frac{440}{9}\sqrt{3}\frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{350}{3} = 116.67\,\mathrm{N}
\end{aligned}$$

3. El empuje será el peso de la tabla o sea

$$E = \rho_C AHg = 800\times 2\times 0.2\times 10 = 3200\,\mathrm{N} \qquad \text{(a) 3p)}$$

para calcular la altura sumergida h

$$\begin{aligned}
E &= 3200 = \rho_L Ahg = 1000\times 2\times h\times 10 \\
h &= \frac{4}{25} = 0.16\,\mathrm{m} \qquad \text{(b) 3p)}
\end{aligned}$$