PAUTA PEP 1 Física I Plan anual

1.- (**Hay un punto (1p), base** y se le suman los indicados) Las masas de la Tierra y de la Luna son aproximadamente $M_T = 5.98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$ y $M_L = 7.36 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}$ siendo la distancia promedio entre sus centros $R = 3.84 \times 10^8\,\mathrm{m}$. Los radios de la Tierra y de la Luna son aproximadamente $R_T = 6378\,\mathrm{km}$ y $R_L = 1740\,\mathrm{km}$. $G = 6.67259 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ Determine

a) La rapidez de un satélite en órbita circular en torno a la Luna a altura de $1000\,\mathrm{m}$ sobre su superficie

- tenemos con $h = 1000\,\mathrm{m}$

$$v = \sqrt{\frac{GM_L}{R_L + h}} = 1679.52\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad 1.5\mathrm{p}$$

b) La fuerza resultante que experimenta $1\,\mathrm{kg}$ en la superficie lunar, producto de las fuerzas que ejercen la Terra y la Luna

- Con $m = 1\,\mathrm{kg}$

$$F = \frac{GM_L m}{R_L^2} - \frac{GM_T m}{(R - R_L)^2} = 1.61936\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$$
$$= 1.61936\,\mathrm{N} \qquad 1.5\ \mathrm{p}$$

- $F_T = \frac{GM_T m}{(R-R_L)^2} = 2.73073 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$
- $F_L = \frac{GM_L m}{R_L^2} = 1.62209\,\mathrm{N}$
- $F = \frac{GM_L m}{R_L^2} - \frac{GM_T m}{(R-R_L)^2} = 1.61936(\mathrm{m})\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$

c) La distancia al centro de la Tierra del centro de masa del sistema Tierra-Luna

- Tenemos

$$d = \frac{M_L \times R}{M_T + M_L} = 4.66869 \times 10^6\,\mathrm{m} \qquad 1.5\ \mathrm{p}$$

d) El periodo de rotación en días que tendría el sistema Tierra-Luna en torno a su centro de masa

- tenemos:

$$R^3 = \frac{G(M_T + M_L)}{4\pi^2} T^2$$

o bien

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(M_T + M_L)}} = 2.35246 \times 10^6\,\mathrm{s}$$
$$= \frac{2.35246 \times 10^6}{86400} = 27.2275\,\mathrm{d} \qquad 1.5\ \mathrm{p}$$

2.- Los vértices de un cuadrilátero son $A = (0,0,1)$, $B = (1,2,1)$, $C = (6,2,1)$ y $D = (5,0,1)$. Determine:

a) El área del cuadrilátero

- tenemos $\overrightarrow{AB} = (1,2,1) - (0,0,1) = (1,2,0)$, $\overrightarrow{AD} = (5,0,1) - (0,0,1) = (5,0,0)$ luego $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = (1,2,0) \times (5,0,0) = (0,0,-10)$

$$A = \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}\right| = 10 \qquad 2\ \mathrm{p}$$

b) Los ángulos del cuadrilátero $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{5}$, $\left|\overrightarrow{AD}\right| = 5$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = (1,2,0) \cdot (5,0,0) = 5$ entonces

$$\cos\alpha = \frac{5}{5\sqrt{5}} \rightarrow$$

$$\alpha = 1.10715\text{rad} = 63.435^{\circ}$$

$$\beta = 180 - 63.435 = 116.565^{\circ}$$ 2 p

c) Las magnitudes de los lados del cuadrilátero, ya se calcularon y son

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{5} = 2.23607$$

$$\left|\overrightarrow{AD}\right| = 5$$ 2 p

3.- **Hay un punto (1p), base** y se le suman los indicados. Con relación al enunciado y figura de la prueba con: $F_A = 10$ $F_B = 20$ y $F_C = 30$, y siendo las coordenadas $A = (1,1,0)$, $B = (2,2,0)$, y $C = (1,3,0)$ tenemos

a) Las coordenadas del centro de fuerza serán

$$x_F = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i} = \frac{1\times 10 + 2\times 20 + 1\times 30}{60} = \frac{4}{3} = 1.33333$$

$$y_F = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i} = \frac{1\times 10 + 2\times 20 + 3\times 30}{60} = \frac{7}{3} = 2.33333$$ 1.5p

b) El torque de cada fuerza respecto al origen

$$\vec{\tau}_A = (1,1,0)\times(0,0,10) = (10,-10,0)$$

$$\vec{\tau}_B = (2,2,0)\times(0,0,20) = (40,-40,0)$$

$$\vec{\tau}_C = (1,3,0)\times(0,0,30) = (90,-30,0)$$ 1.5p

c) este será

$$\vec{\tau} = (\frac{4}{3},\frac{7}{3},0)\times(0,0,60) = (140,-80,0)$$ 1.5p

d) obviamente

$$\vec{\tau} = \vec{0}$$ 1.5 p