# PAUTA PEP 1 Física I Plan anual

**1.-** (**Hay un punto (1p), base** y se le suman los indicados) Las masas de la Tierra y de la Luna son aproximadamente $M_T = 5.98 \times 10^{24}\,\text{kg}$ y $M_L = 7.36 \times 10^{22}\,\text{kg}$ siendo la distancia promedio entre sus centros $R = 3.84 \times 10^8\,\text{m}$. Los radios de la Tierra y de la Luna son aproximadamente $R_T = 6378\,\text{km}$ y $R_L = 1740\,\text{km}$. $G = 6.67259 \times 10^{-11}\,\text{m}^3\,\text{kg}^{-1}\,\text{s}^{-2}$ Determine

**a)** El peso de un kilogramo masa en la superficie de la Luna.

- Con $m = 1\,\text{kg}$

$$W = G\frac{mM_L}{R_L^2} = 1.622\,\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 1.622\,\text{N} \qquad 1.2\text{p}$$

**b)** La rapidez de un satélite en órbita circular en torno a la Tierra a altura de $50\,\text{km}$ sobre la superficie de la Tierra

- Con $r = 6378\,\text{km} + 50\,\text{km} = 6428\,\text{km}$,

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = 7878.78\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad 1.2\text{p}$$

**c)** Considerando que el satélite de la pregunta anterior está en órbita ecuatorial y que la Tierra da una vuelta por día, determine el número de vueltas que por día que da el satélite respecto a la Tierra, suponiendo que el satélite gira en el mismo sentido que la Tierra.

- En un día el satélite da (en forma absoluta con $T = 1\,\text{d}$, $v = 7878.78\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ )

$$\frac{vT}{2\pi r} = 16.855 \text{ vueltas}$$

luego respecto a la Tierra

$$15.855 \text{ vueltas} \qquad 1.2\text{p}$$

**d)** La magnitud y sentido de la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo de masa $m = 1000\,\text{kg}$, que está justo en el punto medio entre la Tierra y la Luna.

- La fuerza calculada hacia la Tierra, resulta con $m = 1000\,\text{kg}$

$$F = G\frac{mM_T}{(R/2)^2} - G\frac{mM_L}{(R/2)^2} = 10.691(\text{m})\,\frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = 10.691\,\text{N} \qquad 1.2\text{p}$$

**e)** La razón entre las velocidades de escape desde la superficie terrestre y la superficie Lunar será

$$\frac{\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}}{\sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}} = 4.708 \qquad 1.2\text{p}$$

**2.-** Los vértices de un triángulo son los puntos $A = (1,1,0)$, $B = (3,-3,0)$, y $C = (2,2,4)$. Determine:

**a)** El área del triángulo

**b)** Los ángulos del triángulo

**c)** Las magnitudes de los lados del triángulo

**sol.** **Hay un punto (1p), base** y se le suman los indicados:
Construimos vectores a lo largo de los lados

$$\overrightarrow{AB} = (3,-3,0) - (1,1,0) = (2,-4,0)$$
$$\overrightarrow{BC} = (2,2,4) - (3,-3,0) = (-1,5,4)$$
$$\overrightarrow{CA} = (1,1,0) - (2,2,4) = (-1,-1,-4) \qquad 1\text{p}$$

**a)** Hacemos cualquier producto cruz, por ejemplo

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = (-16,-8,6)$$

luego el área será

$$A = \frac{1}{2}|(-16,-8,6)| = \frac{\sqrt{16^2+8^2+6^2}}{2} = \sqrt{89} = 9.43398 \qquad 2\text{p}$$

**c)** Los lados serán

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{2^2+4^2} = 2\sqrt{5} = 4.472$$
$$\left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{1^2+5^2+4^2} = \sqrt{42} = 6.481$$
$$\left|\overrightarrow{CA}\right| = \sqrt{1^2+1^2+4^2} = 3\sqrt{2} = 4.24264 \qquad 1\text{p}$$

**b)**

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (2,-4,0) \cdot (1,1,4) = -2$$
$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|} = -\frac{2}{2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2}} = -0.105409$$
$$\alpha = 1.6764 \text{ rad} = 96.051^{\circ} \qquad 2\text{p}$$
$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = (-2,4,0) \cdot (-1,5,4) = 22$$
$$\cos\beta = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|\left|\overrightarrow{BC}\right|} = \frac{22}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{42}} = 0.759072$$
$$\beta = 0.708910 \text{ rad} = 40.618^{\circ}$$
$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = (-1,-1,-4) \cdot (1,-5,-4) = 20$$
$$\cos\gamma = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{\left|\overrightarrow{CA}\right|\left|\overrightarrow{CB}\right|} = \frac{20}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{42}} = 0.727393$$
$$\gamma = 0.756 \text{ rad} = 43.332^{\circ}$$

chequeo

$$\alpha + \beta + \gamma = 96.051 + 40.618 + 43.332 = 180.001$$

**3.-** **Hay un punto (1p), base** y se le suman los indicados. Con relación al enunciado y figura de la prueba con: $F_A = F_B = F_C = 10\,\text{N}$, y siendo las coordenadas $A = (1,1,0)$, $B = (2,2,0)$, y $C = (1,3,0)$ tenemos

**a)**

$$\vec{F} = 30\hat{k}\,\mathrm{N} \qquad 1.5\mathrm{p}$$

**b)**

$$x_F = \frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i} = \frac{10+20+10}{30} = \frac{4}{3} = 1.33333$$

$$y_F = \frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i} = \frac{10+20+30}{30} = 2 \qquad 1.5\mathrm{p}$$

**c)**

$$\vec{\tau}_A = (1,1,0) \times (0,0,10) = (10,-10,0)$$

$$\vec{\tau}_B = (2,2,0) \times (0,0,10) = (20,-20,0)$$

$$\vec{\tau}_C = (1,3,0) \times (0,0,10) = (30,-10,0) \qquad 1.5\mathrm{p}$$

**d)**

$$\vec{\tau} = (\tfrac{4}{3},2,0) \times (0,0,30) = (60,-40,0) \qquad 1.5\mathrm{p}$$

**4)** **Hay un punto (1p), base** y se le suman los indicados. Con relación al enunciado y figura de la prueba con

**a)** La fuerza resultante es de magnitud el área

$$F = 10 \times 10 + \frac{1}{2}12 \times 10 = 160\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F} = -160\hat{\jmath}\,\mathrm{N} \qquad 2\mathrm{p}$$

**b)** La coordenada $x$ del centro de fuerza corresponde a la coordenada $x$ del centroide que puede calcularse así

$$X = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2}$$

$$= \frac{5 \times 10 \times 10 + (10+4) \times \frac{1}{2}12 \times 10}{10 \times 10 + \frac{1}{2}12 \times 10} = \frac{67}{8} = 8.375\,\mathrm{m} \qquad 2\mathrm{p}$$

**c)** El torque será

$$\vec{\tau} = 8.375\hat{\imath} \times (-160\hat{\jmath}) = -1340.0\hat{k} \qquad 2\mathrm{p}$$