PAUTA PEP 1 Física I Plan anual

Hay un punto (1p), base y se le suman los indicados. Si alguien no llega al resultado correcto en cada letra, evalúe el error cometido, y el puntaje que le corresponde.

1.- Las masas de los planeta son $M = 10^{20}\,\mathrm{kg}$ siendo la distancia entre sus centros $d = 2 \times 10^{7}\,\mathrm{m}$. Los radios de ambos son $r = 5000000\,\mathrm{m}$.$G = 6.673 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{kg}\,\mathrm{s}^{-2}$

a) El período de ambos estará dado por

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{G(M_1 + M_2)}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{2GM}} = 4.864\,77 \times 10^{6}\,\mathrm{s} = 56.305 \text{ días}$$

(1.5 p)

b) La rapidez de cada uno puede obtenerse (usted revisa otras formas) con $T = 4.864\,77 \times 10^{6}\,\mathrm{s}$

$$v = \frac{2\pi(d/2)}{T} = 12.915\,7\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad (1.5 \text{ p})$$

c) La fuerza será de magnitud

$$F = G\frac{M^2}{(d)^2} = 1.668 \times 10^{15}\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2} = 1.668 \times 10^{15}\,\mathrm{N} \qquad (1.5 \text{ p})$$

d) La magnitud de la aceleración de cada uno será

$$a = \frac{F}{M} = G\frac{M}{(d)^2} = 1.668 \times 10^{-5}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \qquad (1.5 \text{ p})$$

2.- Los vértices de un triángulo son los puntos $A = (0,0,0)$, $B = (1,0,1)$, y $C = (0,1,1)$. Vectores a lo largo de los lados serán

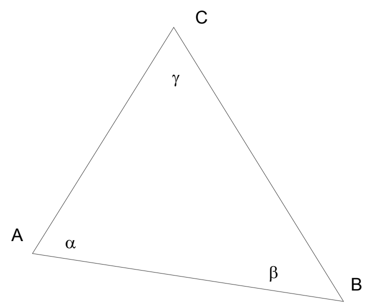
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (1,0,1), \\ \overrightarrow{BC} &= (0,1,1) - (1,0,1) = (-1,1,0) \\ \overrightarrow{AC} &= (0,1,1) \end{aligned}$$

a) El área del triángulo será

$$A = \frac{1}{2}\left|(1,0,1)\times(-1,1,0)\right| = \frac{1}{2}\left|(-1,-1,1)\right| = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866 \text{ m}^2$$

(1.5 p)

b) Los ángulos del triángulo



estarán dados por

$$\begin{aligned}
\cos\alpha &= \frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\overrightarrow{AB}\right|} = \frac{(0,1,1)\cdot(1,0,1)}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \\
\cos\beta &= \frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|\left|\overrightarrow{BC}\right|} = \frac{(-1,0,-1)\cdot(-1,1,0)}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \\
\cos\gamma &= \frac{\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}}{\left|\overrightarrow{CA}\right|\left|\overrightarrow{CB}\right|} = \frac{(0,-1,-1)\cdot(1,-1,0)}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \\
\alpha &= \beta = \gamma = 60^o
\end{aligned}$$

(1.5 p)

c) Las magnitudes de los lados del triángulo están calculadas en la pregunta anterior y son

$$a = b = c = \sqrt{2} = 1.414 \text{ m} \qquad (1.5 \text{ p})$$

d) Como ya sabemos que es una triángulo equilátero, calculamos una sola (vea figura)

$$\vec{S}_1 = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(1,0,1) - (0,1,1) = \left(\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}\right),$$

luego las longitudes de las simetrales serán

$$\sqrt{\frac{1}{4}+1+\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{6}=1.\,225\,\mathrm{m} \qquad (1.5 \text{ p})$$

3.- Con relación al enunciado y figura de la prueba con y siendo las coordenadas $A=(5,0,0)$, $B=(5,8,0)$, $C=(0,8,0)$, $D=(0,0,10)$ y $E=(0,8,5)$

a) luego

$$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OB}=(0,0,10)-(5,8,0)=(-5,-8,10) \qquad (2 \text{ p})$$

b) Ahora

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=(5,8,0)+\frac{1}{2}(-5,-8,10)\\ &= \left(\frac{5}{2},4,5\right)\end{aligned}$$

además

$$\overrightarrow{ME}=\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OM}=(0,8,5)-\left(\frac{5}{2},4,5\right)=\left(-\frac{5}{2},4,0\right)$$

y la longitud de la recta ME será

$$ME=\sqrt{\frac{25}{4}+16}=\frac{1}{2}\sqrt{89}=4.\,717 \qquad (2 \text{ p})$$

c) Considerando que $\overrightarrow{MB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=-\frac{1}{2}(-5,-8,10)=\left(\frac{5}{2},4,-5\right)$ el ángulo estará dado por

$$\begin{aligned}\cos\alpha &= \frac{\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MB}}{\left|\overrightarrow{ME}\right|\left|\overrightarrow{MB}\right|}=\frac{\left(-\frac{5}{2},4,0\right)\cdot\left(\frac{5}{2},4,-5\right)}{\left|\left(-\frac{5}{2},4,0\right)\right|\left|\left(\frac{5}{2},4,-5\right)\right|}\\ &= \frac{\frac{39}{4}}{\sqrt{\frac{25}{4}+16}\sqrt{\frac{25}{4}+16+25}}=0.300\,7\\ \alpha &= 72.\,5^o \qquad (2 \text{ p})\end{aligned}$$