Pauta PEP1 2006
Física I Plan anual

Hay un punto (1p), base y se le suman los indicados. Si alguien no llega al resultado correcto en cada letra, evalúe el error cometido, y el puntaje que le corresponde.

1. Datos

$$\begin{aligned} G &= 6.673 \times 10^{-11} \\ r &= 6.428 \times 10^{6} \\ M_T &= 5.98 \times 10^{24} \end{aligned}$$

a) A una altura de $h = 50\,\mathrm{km}$, $r = 6.378 \times 10^6 + 50 \times 10^3 = 6.428 \times 10^6$ en un día el satélite recorre

$$s = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \times 24 \times 3600 = 6.8075 \times 10^8\,\mathrm{m}$$

el número de vueltas en un día será

$$n = \frac{s}{2\pi r} = \frac{6.8075 \times 10^8}{2\pi \times 6.428 \times 10^6} = 16.855 \qquad \text{((a) 1.5p)}$$

b) Para que de una vuelta igualamos la rapidez $\times$tiempo al perímetro de una circunferencia

$$\sqrt{\frac{GM_T}{r}} \times 24 \times 3600 = 2\pi r$$

de donde se despeja $r = 4.225680775954 \times 10^7\,\mathrm{m}$ luego la altura será

$$\begin{aligned} h' &= 4.2257 \times 10^7 - 6.378 \times 10^6 = 3.588 \times 10^7\,\mathrm{m} \\ &= 3.588 \times 10^4\,\mathrm{km} \qquad \text{((b) 1.5p)} \end{aligned}$$

c) La rapidez es

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{4.225680775954 \times 10^7}} = 3073.002\,\mathrm{m\,s^{-1}} \qquad \text{((c) 1.5p)}$$

d) la velocidad de escape a esa altura será :

$$v = \sqrt{\frac{2GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{4.225680775954 \times 10^7}} = 4345.881\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

((d) 1.5p)

2. De acuerdo a la figura tenemos que

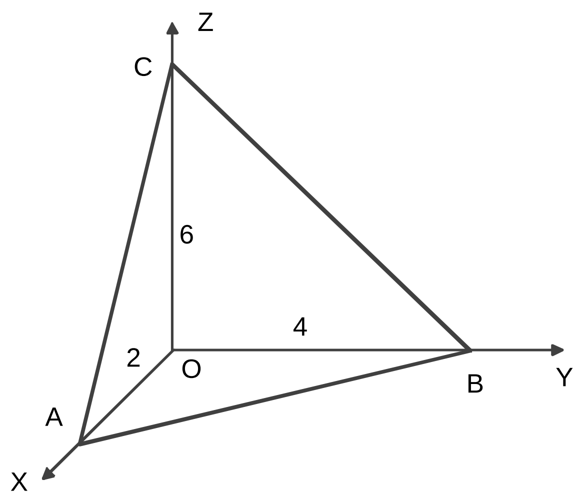

Figure 1:

$$\overrightarrow{AB} = -2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}, \quad \overrightarrow{BC} = -4\hat{\jmath} + 6\hat{k}, \quad \overrightarrow{AC} = -2\hat{\imath} + 6\hat{k}$$

luego

a) los lados serán:

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 4.472 \text{ m} \\ a &= \sqrt{16+36} = 2\sqrt{13} = 7.211\,\text{m} \\ b &= \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10} = 6.325\,\text{m} \\ & \quad \text{los tres} \qquad \text{((a) 1p)} \end{aligned}$$

b) Para calcular el área

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\left|(-2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}) \times (-2\hat{\imath} + 6\hat{k})\right| \\ &= \frac{1}{2}\left|24\hat{\imath} + 12\hat{\jmath} + 8\hat{k}\right| = 14\,\text{m}^2 \qquad \text{((b) 1p)} \end{aligned}$$

c) Los ángulos estarán aproximadamente dados por

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}}{bc} = \frac{4}{2\sqrt{10} \times \sqrt{20}} = 0.141 \Rightarrow \alpha = 81.894^o \\ \cos\beta &= \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{ca} = \frac{16}{\sqrt{20} \times 2\sqrt{13}} = 0.496 \Rightarrow 60.264\,^o \\ \cos\gamma &= \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{ba} = \frac{36}{2\sqrt{10} \times 2\sqrt{13}} = 0.789 \Rightarrow \gamma = 37.908^o \\ & \quad \text{los tres ángulos} \qquad \text{((c) 1p)} \end{aligned}$$

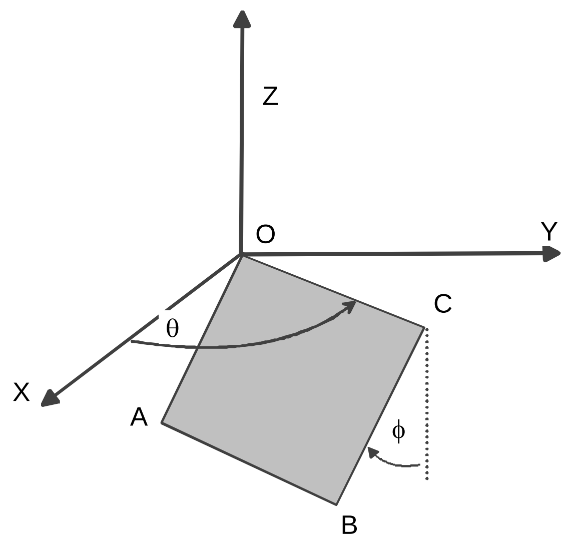

Figure 2:

d) la distancia más corta desde C hasta la recta AB, es la altura esto es

$$d = AC \sin\alpha = b \sin\alpha = 6.261\,\mathrm{m} \qquad \text{((d) 1p)}$$

e, f) La normal al plano será

$$\hat{n} = \frac{\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|} = \frac{24\hat{\imath} + 12\hat{\jmath} + 8\hat{k}}{28} = \frac{6}{7}\hat{\imath} + \frac{3}{7}\hat{\jmath} + \frac{2}{7}\hat{k}$$

luego su ecuación es

$$\hat{n} \cdot \vec{r} = \frac{6}{7}x + \frac{3}{7}y + \frac{2}{7}x = d$$

pero el plano pasa por $A(2, 0, 0)$ luego

$$d = \frac{12}{7} = 1.714 \text{ m} \qquad \text{((f) 1p)}$$

y la ecuación es

$$6x + 3y + 2x = 12 \qquad \text{((e) 1p)}$$

2. Con relación a la figura

tenemos

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OC} &= 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} \\ \overrightarrow{OA} &= 3\hat{\imath} - 2\hat{k} \end{aligned}$$

a)

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 5\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 2\hat{k}$$

luego las coordenadas son

$$x_B = 5, \quad y_B = 3, \quad z_B = -2 \qquad \text{((a) 1.5 p)}$$

b) El cálculo de θ

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{OC} \cdot \hat{\imath}}{\sqrt{4+9}} = \frac{2}{\sqrt{13}} = 0.554\,700\,196\,225\,2 \Rightarrow \theta = 56.\,309\,9^o \qquad \text{((b) 1.5p)}$$

c) El cálculo de ϕ

$$\cos\phi = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot (-\hat{k})}{\sqrt{9+4}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \Rightarrow \phi = 56.\,309\,9^o \qquad \text{((c) 1.5p)}$$

d)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OB} &= 5\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 2\hat{k} \\ OB &= \sqrt{25+9+4} = 6.\,164 \end{aligned} \qquad \text{((d) 1.5 p)}$$